

TERMINALE SPÉCIALITÉ · PHYSIQUE-CHIMIE · CONSTITUTION ET TRANSFORMATIONS DE LA MATIÈRE · CHAPITRE 6



R. RINGUET · 2026 – 2027

Approfondissement Radioactivité

Démonstrations, fluctuations statistiques, équilibre séculaire, datations potassium-argon et plomb 210, atténuation des écrans : pour aller plus loin

7 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 2 h 30 · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce que cette feuille ajoute au cours

- Démontrer *entièrement* la loi de décroissance, la relation $t_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ et les propriétés de la courbe $N(t)$; comprendre l'origine statistique des fluctuations de comptage.
- Aller plus loin : équilibre séculaire d'une famille radioactive, datation potassium-argon avec rapport de branchement, datation d'une carotte sédimentaire au plomb 210, atténuation exponentielle d'un faisceau γ .
- Les passages « hors programme » ne sont pas exigibles : les relations nécessaires y sont fournies.

Exercice 1 La loi de décroissance, de A à Z

●●●

Un échantillon contient $N(t)$ noyaux radioactifs identiques. On admet que, sur une durée dt infiniment courte, chaque noyau se désintègre avec la probabilité λdt , indépendamment de son âge et des autres noyaux.

■ DONNÉES $\ln 2 = 0,693$ • $t_{1/2}(^{14}\text{C}) = 5\,730$ an

- 1.1 Établir l'équation différentielle $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$, puis la résoudre avec la condition initiale $N(0) = N_0$.
- 1.2 Démontrer que $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ et que $N(t + n t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2^n}$ pour tout entier n et toute date t .
- 1.3 Établir l'équation de la tangente à la courbe $N(t)$ à la date $t = 0$, et montrer qu'elle coupe l'axe des abscisses exactement à la date $\tau = \frac{1}{\lambda}$. Comparer τ et $t_{1/2}$.
- 1.4 (Hors programme — pour aller plus loin.) On admet que la durée de vie moyenne d'un noyau vaut $\bar{t} = \frac{1}{N_0} \int_0^{+\infty} \lambda t N_0 e^{-\lambda t} dt$ et que cette intégrale vaut $\frac{1}{\lambda}$. Interpréter alors le résultat de la question précédente.
- 1.5 Exprimer, en fonction de N_0 , λ , t_1 et t_2 , le nombre de noyaux qui se désintègrent entre les dates t_1 et t_2 ; l'appliquer à $N_0 = 1,00 \times 10^{12}$ noyaux de carbone 14 entre $t = 0$ et $t = 1\,000$ an.

Exercice 2 Pourquoi un comptage fluctue-t-il ?

●●●

(Hors programme — pour aller plus loin.) La désintégration d'un noyau étant un phénomène aléatoire, le nombre X de désintégrations enregistrées pendant une durée Δt varie d'une mesure à l'autre. On admet que, si X suit une loi binomiale d'espérance $\bar{X}$ avec une probabilité de succès très faible, son écart-type vaut pratiquement $\sigma = \sqrt{\bar{X}}$.

- 2.1 Montrer que la probabilité qu'un noyau donné n'ait pas encore été désintégré à la date t vaut $e^{-\lambda t}$, et retrouver ainsi la loi $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ par un argument probabiliste.
- 2.2 Un compteur enregistre en moyenne $\bar{X} = 400$ coups en 1 min. Calculer σ , puis l'incertitude relative $\sigma/\bar{X}$. Que devient cette incertitude relative si l'on compte pendant 100 min ? Justifier que l'incertitude relative varie comme $1/\sqrt{\bar{X}}$.
- 2.3 Combien de coups faut-il enregistrer pour que l'incertitude relative de type statistique descende à 1 % ?
- 2.4 **Application à la datation.** L'activité massique du carbone d'un organisme vivant vaut $0,227 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$. Un laboratoire dispose de 1,00 g de carbone d'un tel échantillon ; on suppose que le détecteur enregistre toutes les

désintégrations. Calculer le nombre de coups enregistrés en 1 h, l'incertitude relative correspondante, puis la durée de comptage nécessaire pour atteindre 1 %.

- 2.5 Pour un échantillon dix fois plus vieux que 5 730 an, par quel facteur cette durée est-elle multipliée ? Conclure sur la limite d'âge de la méthode.

Exercice 3 Le radium des minerais d'uranium



(Hors programme — pour aller plus loin.) Dans la famille de l'uranium 238, le radium 226 est produit par les désintégrations qui le précèdent et disparaît par sa propre désintégration. En notant N_1 le nombre de noyaux d'uranium 238 (de constante λ_1) et N_2 celui de radium 226 (de constante λ_2), on admet que $\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$.

■ **DONNÉES** $t_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4,47 \times 10^9 \text{ an}$ • $t_{1/2}(^{226}\text{Ra}) = 1\,600 \text{ an}$ • M en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: $M(\text{U}) = 238$, $M(\text{Ra}) = 226$

- 3.1 Dans un minerai resté fermé depuis des centaines de millions d'années, N_2 ne varie plus : c'est l'équilibre séculaire. En déduire la relation $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$, puis montrer que $\frac{N_2}{N_1} = \frac{t_{1/2}(\text{Ra})}{t_{1/2}(\text{U})}$.
- 3.2 Calculer ce rapport. Que valent alors les activités du radium et de l'uranium dans le minerai ? Commenter.
- 3.3 Calculer la masse de radium 226 contenue dans une tonne d'uranium à l'équilibre. Comparer à la quantité extraite par Pierre et Marie Curie, qui obtinrent 0,1 g de chlorure de radium à partir de plusieurs tonnes de pechblende.
- 3.4 Pourquoi l'équilibre séculaire suppose-t-il $t_{1/2}(\text{père}) \gg t_{1/2}(\text{fils})$? Au bout de combien de temps s'établirait-il, en ordre de grandeur, dans ce modèle où le radium est produit directement par l'uranium ?

Exercice 4 Résolution de problème : sommes-nous radioactifs ?



Le potassium est un élément indispensable à l'organisme : un adulte de 70 kg en contient environ 140 g. Le potassium naturel est constitué de trois isotopes, dont le potassium 40, radioactif, présent avec une abondance de 0,0117 % en nombre de noyaux.

Déterminer l'activité d'un adulte due au seul potassium 40, puis comparer cette valeur à l'activité d'un litre de lait (50 Bq) et au seuil de 600 Bq·kg⁻¹ au-delà duquel un aliment n'est pas commercialisé après un accident nucléaire. Toute démarche, même partielle, sera valorisée.

■ **DONNÉES** $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ • $\ln 2 = 0,693$ • 1 an = $3,156 \times 10^7 \text{ s}$ • $t_{1/2}(^{40}\text{K}) = 1,25 \times 10^9 \text{ an}$ • $M(\text{K}) = 39,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

- 4.1 Un adulte contient environ 16 kg de carbone, à 0,227 Bq·g⁻¹ : calculer l'activité correspondante et la comparer à la précédente.
- 4.2 Pourquoi l'activité en potassium 40 d'une personne reste-t-elle constante toute sa vie, alors que la demi-vie du potassium 40 est finie ?

Exercice 5 Datation potassium-argon d'une coulée de lave



Le potassium 40 est radioactif de demi-vie $1,25 \times 10^9 \text{ an}$. Il se désintègre de deux façons : dans 89,3 % des cas en calcium 40 (par radioactivité β^-), et dans 10,7 % des cas en argon 40 (par capture d'un électron du cortège, mode que l'on assimilera ici à une radioactivité β^+). L'argon est un gaz qui s'échappe totalement d'une lave en fusion : le « chronomètre » est donc remis à zéro lors de l'éruption, puis l'argon formé reste piégé dans la roche solidifiée. Une coulée basaltique contient aujourd'hui, pour 1,00 mol de potassium 40, 0,217 mol d'argon 40.

■ **DONNÉES** $\ln 2 = 0,693$

- 5.1 Écrire les équations des deux modes de désintégration du potassium 40, sachant que $Z(\text{Ca}) = 20$ et $Z(\text{Ar}) = 18$, et vérifier les lois de conservation.
- 5.2 En notant $N_K(t)$ le nombre de noyaux de potassium 40 restants, montrer que le nombre de noyaux d'argon 40 formés depuis l'éruption vaut $N_{\text{Ar}} = 0,107 N_K (e^{\lambda t} - 1)$.
- 5.3 En déduire l'expression de l'âge t de la coulée, puis le calculer.

- 5.4 Analyse critique.** Un géologue néglige le rapport de branchement et suppose que *toutes* les désintégrations donnent de l'argon. Calculer l'âge qu'il obtiendrait et l'erreur relative commise. Indiquer par ailleurs dans quel sens serait faussé l'âge si la roche avait subi un réchauffement ayant laissé fuir une partie de l'argon.
- 5.5** Pourquoi cette méthode est-elle inutilisable pour une éruption du xx^e siècle ?

Exercice 6 Une carotte sédimentaire au plomb 210



Le plomb 210 (demi-vie 22,3 an) retombe continûment de l'atmosphère et se dépose avec les sédiments au fond d'un lac. Si la vitesse de sédimentation v est constante, un sédiment situé à la profondeur z s'est déposé il y a $t = z/v$; son activité massique en plomb 210 a donc décrépu depuis. On carotte le fond du lac et on mesure a en fonction de z .

z (cm)	0	5	10	15	20	25
a (Bq·kg ⁻¹)	320	234	172	126	92	67

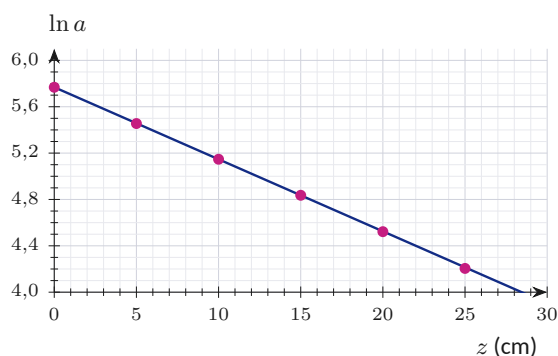


Figure 1 — Linéarisation : $\ln a$ en fonction de la profondeur z

■ **DONNÉES** $\ln 2 = 0,693$

- 6.1** Montrer que $\ln a = \ln a_0 - \frac{\lambda}{v} z$: la linéarisation se fait ici en fonction de la *profondeur*.
- 6.2** Déterminer graphiquement, sur la figure 1, le coefficient directeur de la droite. En déduire la vitesse de sédimentation v en cm·an⁻¹.
- 6.3** Dater le sédiment situé à 20 cm de profondeur, puis indiquer jusqu'à quelle profondeur et quel âge la méthode reste exploitable si l'on sait mesurer jusqu'à 5 Bq·kg⁻¹.
- 6.4** À quelle profondeur devrait apparaître un pic de pollution au plomb daté de 1965 (carottage réalisé en 2025) ?
- 6.5 Analyse critique.** Citer deux phénomènes susceptibles de mettre en défaut l'hypothèse « vitesse de sédimentation constante » et indiquer comment ils se manifesteraient sur la figure 1.

Exercice 7 L'écran de plomb



(Hors programme — pour aller plus loin.) Un faisceau de photons γ d'intensité I traverse un écran. Sur une épaisseur dx , il perd une fraction μdx de son intensité : $dI = -\mu I dx$, où μ est le coefficient d'atténuation linéique du matériau.

■ **DONNÉES** $\ln 2 = 0,693$

- 7.1** Comparer cette équation à celle de la décroissance radioactive, puis en déduire l'expression de $I(x)$. On appelle *couche de demi-atténuation* (CDA) l'épaisseur qui divise l'intensité par deux : établir $CDA = \frac{\ln 2}{\mu}$.
- 7.2** Pour le rayonnement γ du cobalt 60 dans le plomb, $CDA = 1,2$ cm. Calculer μ , puis l'épaisseur de plomb qui divise l'intensité par 1000. Vérifier ce résultat en raisonnant en nombre de CDA.
- 7.3** Le débit de dose à 1,0 m d'une source vaut 6,0 mSv·h⁻¹ sans écran. Un opérateur travaille à 4,0 m derrière un mur de 6,0 cm de plomb. Calculer le débit de dose qu'il subit, puis la dose reçue en 8 h de travail, et comparer à la limite annuelle de 20 mSv des travailleurs exposés.
- 7.4** Pour l'eau, $CDA = 11$ cm : calculer l'épaisseur d'eau équivalente à 6,0 cm de plomb et expliquer pourquoi les piscines de désactivation sont néanmoins efficaces.