

Contrôle A

Mouvement dans un champ de gravitation

Orbite circulaire, lois de Kepler, masse d'un astre

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

Toute réponse doit être justifiée et toute expression littérale établie avant l'application numérique ; les résultats sont donnés avec un nombre adapté de chiffres significatifs et leur unité. Les orbites sont supposées circulaires sauf mention contraire, et tous les référentiels utilisés sont supposés galiléens.

Exercice 1 Questions de cours

4 pts ●○○

- 1.1 Donner l'expression de la valeur du champ de gravitation créé par un astre de masse M à la distance r de son centre, ainsi que son unité. Préciser la direction et le sens du vecteur $\vec{G}$.
- 1.2 Énoncer la troisième loi de Kepler et donner l'expression de la constante T^2/a^3 pour les satellites d'un astre de masse M .
- 1.3 Pour chacune des quatre affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier en une phrase.
 - a) Un satellite en orbite circulaire a une accélération nulle, puisque la valeur de sa vitesse est constante.
 - b) Deux satellites de masses différentes placés sur la même orbite circulaire ont la même vitesse.
 - c) Plus un satellite est haut, plus sa vitesse est grande.
 - d) La troisième loi de Kepler a la même constante pour la Lune et pour l'ISS.

Exercice 2 Combien pèse Saturne ?

4 pts ●●○

Titan, le plus gros satellite de Saturne, décrit autour de la planète une orbite circulaire de rayon $r = 1,222 \times 10^9$ m avec une période de révolution $T = 15,945$ j.

■ DONNÉES $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ • $M_{\text{T}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ • 1 jour = 86 400 s

- 2.1 Calculer la valeur de la vitesse de Titan sur son orbite.
- 2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton à Titan dans le référentiel « saturnocentrique », établir l'expression de la masse M de Saturne en fonction de r , T et G .
- 2.3 Calculer la masse de Saturne et exprimer le résultat en masses terrestres.
- 2.4 Une sonde est placée en orbite circulaire autour de Saturne à la distance $r' = 3,00 \times 10^8$ m de son centre. Calculer sa période de révolution, en jours, et sa vitesse ; comparer à celles de Titan.

Exercice 3 Un satellite d'observation de la Terre

7 pts ●●●○

Un satellite d'observation S , de masse $m = 920 \text{ kg}$, décrit autour de la Terre une orbite circulaire d'altitude $h = 620 \text{ km}$ dans le référentiel géocentrique. Il n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On utilisera le repère de Frenet ($S; \vec{u}_t, \vec{u}_n$), $\vec{u}_t$ étant tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et $\vec{u}_n$ dirigé vers le centre de la Terre (figure 1).

■ **DONNÉES** $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ • $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6371 \text{ km}$
• 1 jour = 86 400 s

- 3.1 Calculer le rayon r de l'orbite, puis la valeur de la force gravitationnelle subie par le satellite.
- 3.2 Reproduire la figure 1 et y représenter, sans souci d'échelle, les vecteurs $\vec{u}_t$, $\vec{u}_n$ et $\vec{F}$.
- 3.3 Écrire la deuxième loi de Newton et, en projetant dans le repère de Frenet, montrer que le mouvement du satellite est *uniforme* et que sa vitesse vaut $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.
- 3.4 Calculer v , puis montrer que la période de révolution vaut $T = 97,0 \text{ min}$.
- 3.5 En déduire le nombre de tours effectués par le satellite en une journée.
- 3.6 Calculer la valeur du champ de gravitation terrestre à l'altitude du satellite et la comparer à sa valeur au sol, $9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$. Commenter.
- 3.7 Un second satellite, de masse double, est placé sur la même orbite. Sa période est-elle modifiée ? Justifier.

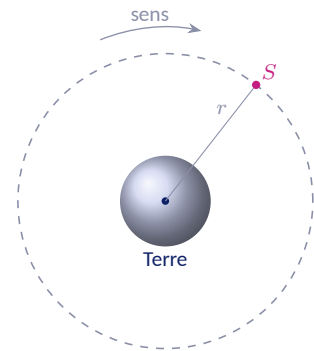


Figure 1 — L'orbite du satellite

Exercice 4 La comète d'Encke

5 pts ●●●○

La comète d'Encke décrit autour du Soleil une orbite elliptique de demi-grand axe $a = 2,22 \text{ ua}$ et d'excentricité $e = 0,848$ (figure 2). Le Soleil occupe le foyer F ; P est le périhélie et A l'aphélie.

- 4.1 Énoncer la première et la deuxième loi de Kepler.
- 4.2 Calculer les distances $FP = a(1 - e)$ et $FA = a(1 + e)$, en ua.
- 4.3 Sur la figure 2, les deux aires colorées sont égales et ont été balayées pendant la même durée. En admettant que l'aire balayée pendant une courte durée Δt vaut $\mathcal{A} \approx \frac{1}{2} r v \Delta t$, montrer que $v_P/v_A = FA/FP$ et calculer ce rapport.
- 4.4 À l'aide de la troisième loi de Kepler appliquée au système solaire, calculer la période de révolution de la comète, en années. (On pourra utiliser la Terre comme référence.)
- 4.5 La comète est passée au périhélie en octobre 2023 : indiquer l'année du passage suivant. Expliquer, à l'aide de la question 4.3, pourquoi la comète est bien plus difficile à observer au voisinage de l'aphélie.
- 4.6 Reproduire l'allure de l'ellipse et y représenter le vecteur vitesse de la comète en P et en A , ainsi que la force exercée par le Soleil en P . Le mouvement de la comète est-il uniforme ? Justifier.

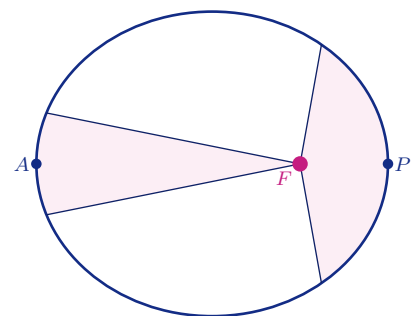


Figure 2 — Orbite de la comète, deux aires égales (schéma, échelle non respectée)