

Fiche de cours Écoulement d'un fluide

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · lois · méthodes · à savoir par cœur

1 DÉCRIRE UN ÉCOULEMENT

Définition. L'écoulement est en **régime permanent** (ou stationnaire) lorsque, en chaque point du fluide, la vitesse, la pression et la masse volumique ne dépendent plus du temps. Une **ligne de courant** est une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse du fluide : en régime permanent, c'est aussi la trajectoire d'une particule de fluide. Un resserrement des lignes de courant signale une zone où le fluide va plus vite.

Définition. Le modèle du **fluide parfait incompressible** suppose la masse volumique ρ constante et la **viscosité** nulle : aucun frottement, donc aucune perte de charge. Il convient à l'eau ou à l'air en écoulement régulier, pas aux fluides visqueux (huile), aux conduites très longues ni aux écoulements turbulents.

2 POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

Définition. La **poussée d'Archimède** $\vec{\Pi}$ est la résultante des *forces pressantes* exercées par un fluide sur un corps plongé dedans. Elle existe parce que la pression augmente avec la profondeur : la force pressante sur la face inférieure l'emporte sur celle qui s'exerce sur la face supérieure.

Théorème. Un corps plongé dans un fluide de masse volumique ρ_f subit une poussée verticale, dirigée vers le haut, opposée au poids du fluide déplacé :

$$\vec{\Pi} = -\rho_f V_{\text{imm}} \vec{g}, \quad \Pi = \rho_f V_{\text{imm}} g$$

où V_{imm} est le volume *immergé* du corps, en m^3 (Π en N). Π ne dépend ni de la profondeur, ni de la masse, ni de la nature du corps.

Propriété — flottabilité. Un corps homogène de masse volumique ρ_c abandonné dans un fluide au repos coule si $\rho_c > \rho_f$ et monte si $\rho_c < \rho_f$; il flotte alors à l'équilibre avec $\frac{V_{\text{imm}}}{V} = \frac{\rho_c}{\rho_f}$.

3 DÉBIT VOLUMIQUE ET CONSERVATION DU DÉBIT

Définition. Le **débit volumique** à travers une section est le volume de fluide qui la traverse par unité de temps : $D_v = \frac{V}{\Delta t} = S v$, en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, avec S l'aire de la section (m^2) et v la vitesse moyenne du fluide ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ; $1 \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

Propriété — conservation du débit. Pour un fluide incompressible en régime permanent, dans une conduite sans fuite ni dérivation, le débit volumique est le même à travers toutes les sections : $D_v = S_1 v_1 = S_2 v_2$, donc $\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$. Le fluide va d'autant plus vite que la section est étroite ; pour une conduite cylindrique de diamètre d , $S = \pi d^2/4$ et $v_2/v_1 = (d_1/d_2)^2$.

4 RELATION DE BERNOULLI

Théorème. Pour un fluide parfait incompressible en écoulement permanent, la quantité

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante}$$

garde la même valeur en tout point d'une même *ligne de courant* (P en Pa, v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, z altitude en m sur un axe vertical orienté vers le haut). Chaque terme est une énergie par unité de volume, en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$: c'est un bilan d'énergie mécanique.

Méthode — appliquer Bernoulli. choisir deux points A et B d'une même ligne de courant, écrire $P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$, puis simplifier : $z_A = z_B$ si la conduite est horizontale, $P = P_{\text{atm}}$ au contact de l'air libre, $v \approx 0$ à la surface libre d'un grand réservoir ; les vitesses inconnues viennent de la conservation du débit.

5 APPLICATIONS DIRECTES

Propriété — effet Venturi. Dans une conduite *horizontale*, $P + \frac{1}{2} \rho v^2$ est constante : là où la section se resserre, la vitesse augmente donc la **pression diminue** (débitmètre à Venturi, trompe à eau, pulvérisateur ; dans des tubes manométriques, l'eau monte moins haut au col).

Propriété — formule de Torricelli. Un réservoir ouvert, de grande section, percé à la profondeur h sous la surface libre, éjecte le liquide à la vitesse $v = \sqrt{2gh}$, indépendante de la nature du liquide. Pour un château d'eau dont la surface libre est à la hauteur H au-dessus d'un robinet, le modèle donne une surpression $\rho g H$ robinet fermé et la même vitesse $\sqrt{2gH}$ robinet ouvert.

Propriété — portance. L'air circulant plus vite sur l'extrados d'une aile que sur l'intrados, la pression y est plus faible : il en résulte une force verticale $F = \frac{1}{2}\rho_{\text{air}}S(v_e^2 - v_i^2)$ vers le haut.

Remarque. Les vitesses mesurées sont plus faibles que prévu : viscosité, pertes de charge et rétrécissement du jet échappent au modèle.

■ DONNÉES — Valeurs de référence

$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \bullet \rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \bullet \rho_{\text{mer}} = 1,025 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \bullet \rho_{\text{glace}} = 917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \bullet \rho_{\text{air}} = 1,20 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \\ \bullet P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,013 \text{ bar}.$$

6 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède et calculer sa valeur.
- Étudier l'équilibre d'un corps immergé ou flottant (bilan des forces, volume immergé).
- Calculer un débit volumique et exploiter $S_1 v_1 = S_2 v_2$ pour comparer deux vitesses.
- Appliquer Bernoulli entre deux points bien choisis, en déduire une pression ou une vitesse.
- Interpréter l'effet Venturi ; établir et exploiter la formule de Torricelli.
- Confronter le résultat du modèle à une mesure, citer les phénomènes négligés.

7 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — flottaison

Quel pourcentage du volume d'un iceberg est immergé dans l'eau de mer ? À l'équilibre, $\rho_{\text{glace}} V g = \rho_{\text{mer}} V_{\text{imm}} g$, donc $\frac{V_{\text{imm}}}{V} = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{mer}}} = \frac{917}{1,025 \times 10^3} = 0,895$: environ 89 % du volume est sous la surface.

★ EXEMPLE — conservation du débit

Un robinet remplit 10,0 L en 40,0 s : $D_v = 0,250 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1} = 2,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$. Dans un tuyau de diamètre $d_1 = 16,0 \text{ mm}$, $S_1 = \pi d_1^2/4 = 2,01 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ et $v_1 = D_v/S_1 = 1,24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. À la sortie d'un embout de diamètre $d_2 = 5,00 \text{ mm}$, $v_2 = v_1 (d_1/d_2)^2 = 12,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$: l'embout ne change pas le débit, seulement la vitesse.

★ EXEMPLE — effet Venturi

Dans une conduite horizontale, en A : $S_A = 20,0 \text{ cm}^2$, $v_A = 1,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $P_A = 2,500 \times 10^5 \text{ Pa}$; en B : $S_B = 5,00 \text{ cm}^2$. Alors $v_B = v_A S_A/S_B = 4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et, z étant constant, $P_B = P_A + \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}}(v_A^2 - v_B^2) = 2,500 \times 10^5 - 7,5 \times 10^3 = 2,425 \times 10^5 \text{ Pa}$, soit 2,425 bar : la pression a bien diminué.

★ EXEMPLE — vidange

Réservoir ouvert percé à $h = 2,00 \text{ m}$ sous la surface libre, orifice de diamètre $d = 8,00 \text{ mm}$. Bernoulli entre la surface libre ($v \approx 0$, $P = P_{\text{atm}}$) et l'orifice ($P = P_{\text{atm}}$) : $\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h$, donc $v = \sqrt{2gh} = 6,26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $D_v = Sv = 0,315 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$.

✗ PIÈGES

- Dans $\Pi = \rho_f V_{\text{imm}} g$, prendre le volume total d'un corps qui flotte, ou la masse volumique du corps au lieu de celle du fluide.
- Croire qu'un embout augmente le débit : il augmente la vitesse, le débit volumique est inchangé.
- Penser que la pression est plus grande là où le fluide va plus vite : c'est l'inverse (Venturi).
- Appliquer Bernoulli à un fluide visqueux, ou oublier $\rho g z$ quand les altitudes diffèrent.
- Confondre pression absolue et pression relative : $P_{\text{rel}} = P - P_{\text{atm}}$.