

Exercices 1 Écoulement d'un fluide

Les bases : poussée d'Archimède, débit volumique, relation de Bernoulli

10 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 1 h 30 · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède, la calculer, l'utiliser pour un corps immergé ou flottant.
- Calculer un débit volumique, exploiter la conservation du débit et la relation de Bernoulli (effet Venturi, vidange, château d'eau).

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

- **Rappels de première** : force pressante sur une surface plane S : $F = P S$; fluide au repos : $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$; loi de Mariotte : $P V = \text{constante}$ à température constante.
- **Poussée d'Archimède** : somme des forces pressantes exercées par le fluide sur le corps; $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{imm}} \vec{g}$, verticale vers le haut, de valeur $\Pi = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{imm}} g$ (V_{imm} : volume de fluide déplacé).
- **Débit volumique** : $D_v = \frac{V}{\Delta t} = S v$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$); conservation pour un fluide incompressible : $S_1 v_1 = S_2 v_2$.
- **Relation de Bernoulli**, le long d'une ligne de courant, pour un fluide parfait incompressible en régime permanent : $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante}$.

Exercice 1 Le vocabulaire de l'écoulement

●○○

De l'eau circule dans la canalisation horizontale ci-contre. Les courbes bleues sont obtenues en injectant un colorant en plusieurs points de l'entrée.

- 1.1 Qu'appelle-t-on *régime permanent*? Qu'est-ce qu'une *ligne de courant*?
- 1.2 Pourquoi les lignes de courant se resserrent-elles dans la partie étroite? Qu'en déduire sur la vitesse de l'eau à cet endroit?
- 1.3 Citer les hypothèses du modèle du *fluide parfait incompressible*, puis un exemple de situation où ce modèle n'est pas adapté.

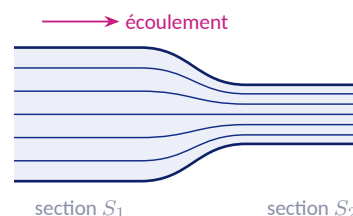


Figure 1 — Canalisation qui se rétrécit

Exercice 2 Remonter une ancre

●○○

Une ancre en acier, de masse $m = 25,0 \text{ kg}$ et de volume $V = 3,20 \text{ L}$, est entièrement immergée dans l'eau de mer ($\rho_{\text{mer}} = 1,025 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) et remontée lentement, à vitesse constante, par un câble vertical. On néglige les frottements de l'eau sur l'ancre.

■ DONNÉES $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

- 2.1 Faire le bilan des forces qui s'exercent sur l'ancre immergée et les représenter sur un schéma.
- 2.2 Calculer la valeur du poids de l'ancre, puis celle de la poussée d'Archimède. En déduire la tension T du câble et la masse que le treuil semble soulever.
- 2.3 L'ancre est sortie de l'eau : de combien de pour cent la tension du câble augmente-t-elle?

Exercice 3 Un glaçon, un iceberg

●○○

La glace a une masse volumique $\rho_{\text{glace}} = 917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

■ **DONNÉES** $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

- 3.1 Un glaçon cubique d'arête $a = 4,00 \text{ cm}$ flotte dans un verre d'eau douce. Calculer son volume et sa masse.
- 3.2 Écrire la condition d'équilibre du glaçon, puis montrer que $V_{\text{imm}} = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau}}} V$. Calculer V_{imm} et la hauteur de glace immergée.
- 3.3 Un iceberg flotte dans l'eau de mer ($\rho_{\text{mer}} = 1,025 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) : calculer le pourcentage de son volume situé sous la surface.

Exercice 4 D'où vient la poussée d'Archimède ?

●○○

Un cube d'arête $a = 10,0 \text{ cm}$ est entièrement immergé dans l'eau, ses faces supérieure et inférieure étant horizontales, aux profondeurs $h_1 = 20,0 \text{ cm}$ et $h_2 = 30,0 \text{ cm}$.

- 4.1 Calculer la pression de l'eau sur la face supérieure, puis sur la face inférieure, et en déduire la valeur et le sens des forces pressantes exercées sur ces deux faces.
- 4.2 Justifier que les forces pressantes exercées sur les quatre faces verticales se compensent deux à deux.
- 4.3 Montrer que la somme de toutes les forces pressantes est verticale, dirigée vers le haut ; calculer sa valeur et la comparer à $\rho_{\text{eau}} V g$.

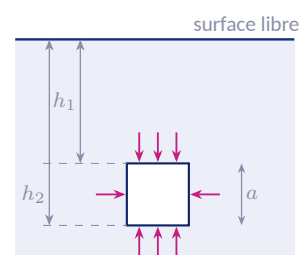


Figure 2 — Forces pressantes

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ • $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ • $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Exercice 5 La balle de ping-pong lâchée sous l'eau

●●○

Une balle de ping-pong, de diamètre $D = 40,0 \text{ mm}$ et de masse $m = 2,70 \text{ g}$, est maintenue entièrement immergée au fond d'un bassin par un nageur. On rappelle que le volume d'une sphère vaut $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ • $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

- 5.1 Calculer le volume de la balle, la valeur de son poids et celle de la poussée d'Archimède qu'elle subit.
- 5.2 En déduire la valeur de la force que le nageur doit exercer pour la maintenir immobile.
- 5.3 Le nageur lâche la balle. En appliquant la deuxième loi de Newton, calculer la valeur de son accélération initiale et la comparer à g .
- 5.4 La balle atteint en réalité très vite une vitesse constante. Quelle force, non prise en compte ici, l'explique ?

Exercice 6 Du robinet à l'embout d'arrosage

●○○

Un robinet remplit un seau de $10,0 \text{ L}$ en $40,0 \text{ s}$. Le tuyau d'arrosage qu'il alimente a un diamètre intérieur $d_1 = 16,0 \text{ mm}$; on visse à son extrémité un embout dont l'orifice de sortie a un diamètre $d_2 = 5,00 \text{ mm}$.

- 6.1 Calculer le débit volumique du robinet en $\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$. Combien de temps faut-il pour remplir une baignoire de 150 L ?
- 6.2 Calculer l'aire de la section du tuyau, puis la vitesse v_1 de l'eau qui y circule.
- 6.3 Calculer la vitesse v_2 de l'eau à la sortie de l'embout. Montrer que $v_2/v_1 = (d_1/d_2)^2$ et vérifier numériquement.
- 6.4 Le débit volumique est-il modifié par la présence de l'embout ? Quel est alors son intérêt pratique ?

Exercice 7 Appliquer la relation de Bernoulli



De l'eau circule dans une canalisation *horizontale*. En un point A, la section vaut $S_A = 20,0 \text{ cm}^2$, la pression $P_A = 2,500 \times 10^5 \text{ Pa}$ et la vitesse $v_A = 1,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. En un point B, plus loin, la section est réduite à $S_B = 5,00 \text{ cm}^2$.

■ **DONNÉES** $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ • $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

- 7.1 Calculer le débit volumique de la canalisation, puis la vitesse v_B .
- 7.2 Écrire la relation de Bernoulli entre A et B en justifiant la simplification permise par le caractère horizontal de la canalisation ; en déduire l'expression littérale de P_B , puis sa valeur en pascals et en bars.
- 7.3 La pression a-t-elle augmenté ou diminué là où l'eau va le plus vite ? Comment ce phénomène s'appelle-t-il ?

Exercice 8 Lire des tubes manométriques



Une canalisation horizontale est équipée de trois tubes verticaux ouverts à l'air libre : en un point M de la canalisation, $P_M = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{eau}} g h_M$. Les sections valent $S_A = S_C = 12,0 \text{ cm}^2$ et $S_B = 6,00 \text{ cm}^2$; on lit $h_A = h_C = 45,0 \text{ cm}$ et $h_B = 15,0 \text{ cm}$.

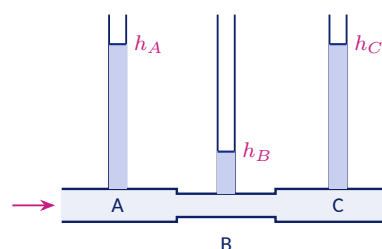


Figure 3 — Tubes manométriques

- 8.1 Calculer les pressions P_A et P_B de l'eau dans la canalisation, puis exprimer v_B en fonction de v_A .
- 8.2 En appliquant la relation de Bernoulli entre A et B, montrer que $\frac{3}{2} \rho_{\text{eau}} v_A^2 = \rho_{\text{eau}} g (h_A - h_B)$, puis calculer v_A et v_B .
- 8.3 En déduire le débit volumique de la canalisation, en $\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$.
- 8.4 Expliquer pourquoi, dans ce modèle, l'eau remonte exactement à la même hauteur en C qu'en A.
- 8.5 Le débit est doublé, h_A restant égale à $45,0 \text{ cm}$. Quelle hauteur h_B le modèle prévoit-il alors ? Ce résultat est-il physiquement acceptable ?

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ • $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ • $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Exercice 9 Le réservoir percé



Un grand réservoir cylindrique ouvert à l'air libre contient de l'eau. Un orifice circulaire de diamètre $d = 8,00 \text{ mm}$ est percé dans sa paroi verticale, à une profondeur $h = 2,00 \text{ m}$ sous la surface libre. La section du réservoir étant très grande devant celle de l'orifice, la vitesse de descente de la surface libre est négligeable.

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- 9.1 Appliquer la relation de Bernoulli entre un point S de la surface libre et un point O du jet, juste à la sortie de l'orifice, en précisant la pression en chacun de ces points.
- 9.2 En déduire que la vitesse d'éjection s'écrit $v = \sqrt{2gh}$ (formule de Torricelli) et la calculer. Dépend-elle de la nature du liquide ?
- 9.3 Calculer le débit volumique du jet, en $\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{L}\cdot\text{min}^{-1}$. Ce débit reste-t-il constant pendant la vidange ?
- 9.4 Le jet sort horizontalement, à $H = 1,25 \text{ m}$ au-dessus du sol. En le modélisant par une chute libre (chapitre 14), calculer la distance à laquelle il atteint le sol.

Exercice 10 Le château d'eau



Un château d'eau ouvert à l'air libre alimente un village par gravité. La surface libre de son réservoir se trouve à $H = 32,0 \text{ m}$ au-dessus d'un robinet d'une habitation.

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ • $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ • $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ • $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

- 10.1 Le robinet est fermé : calculer la pression de l'eau juste derrière le robinet, en pascals puis en bars, et la pression relative (surpression par rapport à l'atmosphère).
- 10.2 Retrouver ce résultat par la relation de Bernoulli appliquée entre la surface libre et le robinet, avec des vitesses nulles.

- 10.3** On ouvre le robinet : montrer que, dans le modèle du fluide parfait, la vitesse de sortie vaudrait $v = \sqrt{2 g H}$ et la calculer en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.
- 10.4** La vitesse réellement mesurée est de l'ordre de $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Citer deux phénomènes, absents du modèle, qui expliquent un tel écart. Jusqu'à quelle altitude l'eau du réseau peut-elle monter dans un immeuble ?