

Fiche de cours

Dynamique du circuit RC

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · lois · méthodes · à savoir par cœur

1 INTENSITÉ ET CHARGE EN RÉGIME VARIABLE

Définition. L'**intensité** du courant est le débit de charge électrique à travers une section du conducteur :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (i \text{ en A, } q \text{ en C, } t \text{ en s}).$$

Si $i = I$ est constante, la charge transférée pendant Δt vaut $q = I \Delta t$. Sur une courbe $q(t)$, i est le coefficient directeur de la tangente; $i < 0$ signifie que le courant circule en sens inverse du sens choisi.

2 LE CONDENSATEUR

Définition. Un **condensateur** est formé de deux armatures conductrices séparées par un isolant. Il porte les charges $+q$ et $-q$, et

$$q = C u_C$$

où C est sa **capacité**, en farads (F). En **convention récepteur** (flèche de u_C opposée au sens de i dans le dipôle) :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}.$$

Propriété — comportement capacitif. La tension u_C ne peut pas subir de discontinuité : elle varie continûment. En régime permanent, u_C est constante donc $i = 0$: le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

Propriété — condensateur plan. $C = \frac{\varepsilon S}{e}$, avec S l'aire commune des armatures, e leur écartement et $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ la permittivité de l'isolant ($\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$); ordres de grandeur : quelques pF (capteurs), du nF au mF (condensateurs usuels), jusqu'à plusieurs milliers de farads (supercondensateurs). Un **capteur capacitif** exploite la variation de C avec S , e ou ε_r (détection de présence, jauge de niveau, écran tactile).

3 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CIRCUIT RC SÉRIE

Méthode — établir l'équation différentielle. appliquer la loi des mailles au circuit (source E , résistance R , condensateur C en série), remplacer u_R par Ri puis i par $C \frac{du_C}{dt}$, et ordonner.

Théorème — charge. Un condensateur *initialement déchargé*, relié à $t = 0$ à une source idéale de tension E par une résistance R :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E, \quad u_C(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}.$$

Théorème — décharge. Le condensateur, chargé sous E , est à $t = 0$ relié à la seule résistance R :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0, \quad u_C(t) = E e^{-t/\tau}, \quad i(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}.$$

Méthode — vérifier une solution. dériver l'expression proposée de $u_C(t)$, la reporter dans l'équation différentielle et vérifier l'égalité, puis vérifier la condition initiale $u_C(0)$.

4 LE TEMPS CARACTÉRISTIQUE $\tau = RC$

Définition. $\tau = RC$ est le **temps caractéristique** du circuit. Analyse dimensionnelle : $R = \frac{u}{i}$ et $C = \frac{q}{u}$, donc $RC = \frac{q}{i}$, qui est bien une durée (des C divisés par des A).

Propriété — lectures graphiques. À $t = \tau$, u_C atteint 63 % de sa valeur finale lors de la charge et il ne reste que 37 % de E lors de la décharge. La tangente à l'origine coupe l'asymptote à la date $t = \tau$. Le régime permanent est pratiquement atteint au bout de 5τ .

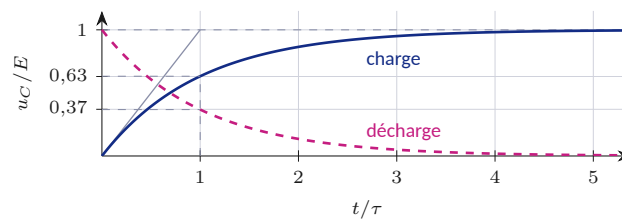


Figure 1 — Charge et décharge en fonction de t/τ : la tangente à l'origine coupe l'asymptote à la date τ .

Remarque. Plus R ou C sont grandes, plus la charge est lente ; la charge finale $q = CE$, elle, ne dépend pas de R .

■ DONNÉES — Valeurs de référence

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ • $1 \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6} \text{ F}$, $1 \text{ nF} = 1 \times 10^{-9} \text{ F}$, $1 \text{ pF} = 1 \times 10^{-12} \text{ F}$ • $e^{-1} \approx 0,37$, $1 - e^{-1} \approx 0,63$, $e^{-5} \approx 0,007$ • $\ln 2 \approx 0,69$.

5 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Relier i et q , q et u_C ; exploiter $i = C \, du_C / dt$ en convention récepteur.
- Établir l'équation différentielle de la charge ou de la décharge et vérifier que la solution proposée convient.
- Tracer ou interpréter $u_C(t)$ et $i(t)$; justifier la continuité de u_C et la valeur de i en régime permanent.
- Déterminer τ graphiquement (tangente à l'origine, 63 %, 37 %) ou par le calcul, et vérifier par analyse dimensionnelle.
- Exploiter $C = \varepsilon S / e$ pour comprendre un capteur capacitif.

6 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — charge d'un condensateur

$E = 6,0 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$: $\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} = 0,10 \text{ s}$. À la fermeture, $u_C(0) = 0$ donc $i(0) = E/R = 0,60 \text{ mA}$; à $t = \tau$, $u_C = 0,63 \times 6,0 = 3,8 \text{ V}$; le régime permanent ($u_C = E$, $i = 0$) est atteint vers $5\tau = 0,50 \text{ s}$, avec $q = CE = 60 \mu\text{C}$.

★ EXEMPLE — décharge et demi-temps

Le même condensateur se décharge dans R : $u_C(t) = 6,0 e^{-t/0,10}$. La tension est divisée par deux lorsque $e^{-t/\tau} = 0,5$, soit $t = \tau \ln 2 = 0,10 \times 0,69 = 69 \text{ ms}$, indépendamment de E .

★ EXEMPLE — détermination graphique de τ

Sur un enregistrement de décharge, on relève la date à laquelle u_C vaut 37 % de sa valeur initiale : cette date est τ . Avec $\tau = 0,22 \text{ s}$ et $R = 4,7 \text{ k}\Omega$, on en déduit $C = \tau/R = 4,7 \times 10^{-5} \text{ F} = 47 \mu\text{F}$.

★ EXEMPLE — capteur capacitif

Un condensateur plan à air pour armatures $S = 50 \text{ cm}^2$ distantes de $e = 0,20 \text{ mm}$:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e} = \frac{8,85 \times 10^{-12} \times 5,0 \times 10^{-3}}{2,0 \times 10^{-4}} = 2,2 \times 10^{-10} \text{ F} = 0,22 \text{ nF}.$$

Doubler l'écartement divise C par deux : la mesure de C renseigne sur e .

✗ PIÈGES

- Écrire $i = C \, du_C / dt$ ou $q = C u_C$: la relation est $q = C u_C$, et $i = C \, du_C / dt$.
- Croire que i est continue : c'est u_C qui l'est ; i saute de 0 à E/R à la fermeture de l'interrupteur.
- Oublier de convertir : R en Ω et C en F donnent τ en secondes.
- Confondre τ et la durée de la charge complète : celle-ci vaut environ 5τ .
- Croire que R modifie la charge finale : $q = CE$ n'en dépend pas, R ne fixe que la durée.