

Fiche de cours Décrire un mouvement

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · lois · méthodes · à savoir par cœur

1 RÉFÉRENTIEL, REPÈRE, VECTEUR POSITION

Définition. Décrire un mouvement suppose de choisir un **référentiel** (objet de référence muni d'une horloge) : la trajectoire et la vitesse en dépendent. Le système étudié est assimilé à son **centre de masse** G .

Définition. Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la position du point M à la date t est donnée par le **vecteur position** $\overrightarrow{OM}(t)$, de coordonnées $(x(t); y(t))$; ces relations sont les **équations horaires**. L'ensemble des positions occupées est la **trajectoire**, dont l'équation s'obtient en éliminant t entre $x(t)$ et $y(t)$.

2 VECTEURS VITESSE ET ACCÉLÉRATION

Définition. Le **vecteur vitesse** est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, et le **vecteur accélération** la dérivée du vecteur vitesse :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \text{ de coordonnées } \left(\frac{dx}{dt}; \frac{dy}{dt} \right), \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ de coordonnées } \left(\frac{dv_x}{dt}; \frac{dv_y}{dt} \right).$$

v s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et a en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Propriété. $\vec{v}$ est toujours **tangent** à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement. Le vecteur $\vec{a}$, lui, est dirigé vers l'intérieur de la courbure; il pointe « vers l'avant » quand le mouvement accélère, « vers l'arrière » quand il ralentit.

Remarque. La norme du vecteur vitesse est $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; à trois dimensions, on ajoute simplement la coordonnée z .

3 EXPLOITER UN ENREGISTREMENT

Méthode — chronophotographie ou tableau de mesures, de pas de temps τ . on approche les dérivées par des taux de variation centrés sur le point considéré :

$$\vec{v}_n \approx \frac{\overrightarrow{M_{n-1}M_{n+1}}}{2\tau}, \quad \vec{a}_n \approx \frac{\vec{v}_{n+1} - \vec{v}_{n-1}}{2\tau}.$$

$\vec{v}_n$ se construit donc parallèlement à $\overrightarrow{M_{n-1}M_{n+1}}$, et $\vec{a}_n$ à partir de la différence $\vec{v}_{n+1} - \vec{v}_{n-1}$ (on trace $\vec{v}_{n+1}$ et $-\vec{v}_{n-1}$ bout à bout). Ces valeurs sont approchées : la formule centrée est d'autant plus précise que τ est petit; elle ne donne pas la vitesse au premier ni au dernier point, ni l'accélération aux deux premiers et aux deux derniers points.

4 REPÈRE DE FRET ET MOUVEMENT CIRCULAIRE

Définition. Pour un mouvement circulaire de rayon R , on utilise le **repère de Fret** lié au mobile : $\vec{u}_t$ tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement, et $\vec{u}_n$ normal, dirigé vers le centre.

Propriété. Dans ce repère, le vecteur accélération se décompose en

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n.$$

La composante tangentielle traduit la variation de la *valeur* de la vitesse; la composante normale, toujours positive, traduit la variation de sa *direction*.

Propriété — mouvement circulaire uniforme. v est constante, donc $\frac{dv}{dt} = 0$:

l'accélération est **centripète**, de valeur $a = \frac{v^2}{R}$. Elle n'est pas nulle bien que la vitesse garde la même valeur.

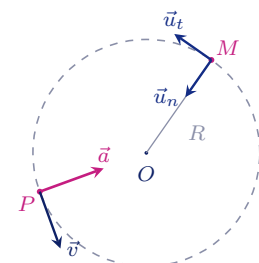


Figure 1 — Mouvement circulaire uniforme (sens trigonométrique) : repère de Fret en M ; en P , $\vec{v}$ est tangent et $\vec{a}$ centripète.

5 NATURES DE MOUVEMENT

■ FORMULAIRE — Reconnaître un mouvement

- **Rectiligne uniforme** : $\vec{v}$ constant (direction et valeur), donc $\vec{a} = \vec{0}$.
- **Rectiligne uniformément varié** : $\vec{a}$ constant et colinéaire à $\vec{v}$; accéléré si $\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont le même sens, ralenti sinon.
- **Circulaire uniforme** : v constante, $\vec{a}$ centripète de valeur v^2/R ; la période vaut $T = \frac{2\pi R}{v}$.
- **Circulaire non uniforme** : les deux composantes de $\vec{a}$ sont non nulles.

6 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Établir les coordonnées de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$ en dérivant des équations horaires; obtenir l'équation de la trajectoire.
- Dédire la nature d'un mouvement des expressions de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$.
- Exploiter une chronophotographie : calculer une vitesse et une accélération approchées, construire les vecteurs.
- Caractériser $\vec{a}$ dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire, uniforme ou non.
- Interpréter ou compléter un programme Python traçant les vecteurs vitesse et accélération.

7 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — dérivation d'équations horaires

Axe (Oz) vertical ascendant : $x(t) = 3,0t$ et $z(t) = -4,9t^2 + 2,0t$ (unités SI). Alors $v_x = 3,0$ et $v_z = -9,8t + 2,0$, puis $a_x = 0$ et $a_z = -9,8$: $\vec{a}$ est constant, vertical et dirigé vers le bas. La trajectoire s'obtient avec $t = x/3,0$: $z = -0,54x^2 + 0,67x$, une parabole.

★ EXEMPLE — vitesse et accélération sur un enregistrement

Pas de temps $\tau = 40,0$ ms, mouvement rectiligne le long de (Ox) : $x_2 = 0,120$ m et $x_4 = 0,200$ m, d'où $v_3 \approx \frac{0,200 - 0,120}{2 \times 0,0400} = 1,00$ m·s⁻¹. Avec $v_2 = 0,80$ m·s⁻¹ et $v_4 = 1,20$ m·s⁻¹ : $a_3 \approx \frac{1,20 - 0,80}{2 \times 0,0400} = 5,0$ m·s⁻².

★ EXEMPLE — mouvement circulaire uniforme

Une nacelle de manège décrit un cercle de rayon $R = 4,0$ m à la vitesse constante $v = 3,0$ m·s⁻¹. Alors $\frac{dv}{dt} = 0$ et $a = \frac{v^2}{R} = \frac{3,0^2}{4,0} = 2,3$ m·s⁻², dirigée vers le centre; la période vaut $T = \frac{2\pi R}{v} = 8,4$ s.

★ EXEMPLE — mouvement circulaire non uniforme

Le même manège freine régulièrement de $3,0$ m·s⁻¹ à $1,0$ m·s⁻¹ en $4,0$ s : $\frac{dv}{dt} = \frac{1,0 - 3,0}{4,0} = -0,50$ m·s⁻². À l'instant où $v = 2,0$ m·s⁻¹, $a_n = \frac{v^2}{R} = 1,0$ m·s⁻², d'où $a = \sqrt{0,50^2 + 1,0^2} = 1,1$ m·s⁻² : $\vec{a}$ est dirigé vers l'intérieur et vers l'arrière.

✗ PIÈGES

- Croire qu'un mouvement uniforme a une accélération nulle : c'est faux dès que la trajectoire est courbe.
- Confondre $\vec{v}$ et $\vec{a}$: $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire, $\vec{a}$ pointe vers l'intérieur de la courbure.
- Utiliser $\overrightarrow{M_n M_{n+1}}/\tau$ au lieu de la formule centrée $\overrightarrow{M_{n-1} M_{n+1}}/(2\tau)$, bien plus précise.
- Oublier de préciser le référentiel : « être immobile » n'a de sens que par rapport à un référentiel donné.
- Écrire $a = v^2/R$ pour un mouvement circulaire non uniforme : ce n'est alors qu'une des deux composantes de $\vec{a}$.