

Exercices 1 Décrire un mouvement

Les bases : vecteurs position, vitesse et accélération, natures de mouvement

9 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 1 h 30 · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Établir les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération en dérivant des équations horaires, et en déduire la nature du mouvement.
- Exploiter une chronophotographie ou un tableau de mesures (vitesses et accélération approchées, construction des vecteurs); caractériser le vecteur accélération d'un mouvement circulaire dans le repère de Frenet.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

- Vecteur position** de M dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$: $\overrightarrow{OM}(t)$, de coordonnées $(x(t); y(t))$. **Vitesse** : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$, de coordonnées $\left(\frac{dx}{dt}; \frac{dy}{dt}\right)$; $\vec{v}$ est *tangent* à la trajectoire, dans le sens du mouvement. **Accélération** : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, de coordonnées $\left(\frac{dv_x}{dt}; \frac{dv_y}{dt}\right)$.
- Exploitation d'un enregistrement** de pas de temps τ : $\vec{v}_n \approx \frac{\overrightarrow{M_{n-1}M_{n+1}}}{2\tau}$ et $\vec{a}_n \approx \frac{\vec{v}_{n+1} - \vec{v}_{n-1}}{2\tau}$.
- Repère de Frenet** (mouvement circulaire de rayon R ; $\vec{u}_t$ tangent dans le sens du mouvement, $\vec{u}_n$ vers le centre) : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$.
- Natures** : rectiligne uniforme ($\vec{v}$ constant, $\vec{a} = \vec{0}$); rectiligne uniformément accéléré ($\vec{a}$ constant, colinéaire à $\vec{v}$); circulaire uniforme (v constante, $\vec{a}$ centripète de valeur v^2/R); circulaire non uniforme.

Exercice 1 Vecteur position et vecteur déplacement

●○○

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'un plan vertical, on relève les coordonnées, en mètres, du point M représentant le centre de masse d'un mobile.

t (s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0
x (m)	0	2,0	4,0	6,0	8,0
y (m)	0	1,0	4,0	9,0	16,0

- Placer les cinq positions M_0 à M_4 (1 cm pour 1 m en abscisse, 1 cm pour 2 m en ordonnée) et tracer l'allure de la trajectoire. Vérifier que $y = \frac{x^2}{4}$ (x, y en mètres) : la trajectoire est-elle rectiligne ?
- Donner les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à la date $t = 2,0$ s, puis calculer sa norme.
- Déterminer les coordonnées du vecteur déplacement $\overrightarrow{M_0M_4}$ et sa norme. En déduire la valeur du vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m = \overrightarrow{M_0M_4}/\Delta t$ entre $t = 0$ et $t = 4,0$ s. La vitesse moyenne sur la trajectoire (distance parcourue divisée par la durée) est-elle plus grande ou plus petite ? Justifier.

Exercice 2 Dériver les équations horaires

● ○ ○

Trois mobiles se déplacent sur un axe (Ox) horizontal, avec les équations horaires (x en mètres, t en secondes) :

a) $x_A(t) = 4,0t + 1,0$ b) $x_B(t) = 2,0t^2 - 3,0t$ c) $x_C(t) = -1,5t^2 + 6,0t$

- 2.1 Pour chaque mobile, établir l'expression de $v_x(t)$ puis celle de $a_x(t)$, avec leurs unités, et en déduire la nature de son mouvement.
- 2.2 Calculer la vitesse de chaque mobile à la date $t = 2,0$ s. Que constate-t-on pour le mobile C ? Décrire ce qui lui arrive ensuite.
- 2.3 Le mobile B passe-t-il par l'origine du repère ? Si oui, à quelle(s) date(s) ?

Exercice 3 Un mouvement plan

● ○ ○

Dans le repère ($O ; \vec{i}, \vec{j}$) d'un plan vertical, $\vec{j}$ étant vertical et orienté vers le haut, le centre de masse G d'un mobile a pour équations horaires, en unités du système international : $x(t) = 3,0t$ et $y(t) = 4,0t - 5,0t^2$.

- 3.1 Établir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$, puis celles du vecteur accélération $\vec{a}$. Le vecteur $\vec{a}$ dépend-il du temps ? Donner sa valeur, sa direction et son sens.
- 3.2 Montrer que la valeur de la vitesse à la date $t = 0$ vaut $v_0 = 5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- 3.3 À quelle date le vecteur vitesse est-il horizontal ? Que vaut alors la valeur de la vitesse ? Le mouvement est-il uniforme ?

Exercice 4 Lire un enregistrement de position

● ○ ○

Un robot se déplace sur un rail rectiligne. Un capteur enregistre son abscisse x au cours du temps (figure 1).

- 4.1 Décrire le mouvement du robot sur chacune des trois phases.
- 4.2 Déterminer graphiquement la valeur de v_x sur chaque phase. Expliquer le signe obtenu sur la troisième phase.
- 4.3 Que vaut l'accélération du robot pendant chacune des trois phases ?
- 4.4 Calculer la distance totale parcourue entre $t = 0$ et $t = 14$ s, puis la vitesse moyenne sur ce trajet. Comparer la distance parcourue à la norme du déplacement.

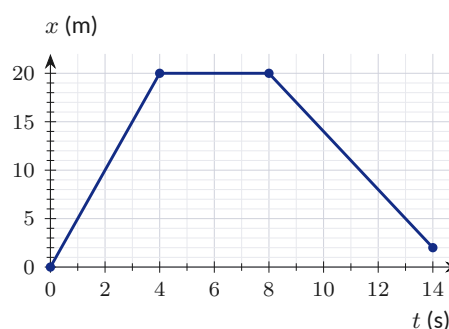


Figure 1 — Abscisse du robot au cours du temps

Exercice 5 Chronophotographie d'un palet

● ○ ○

Une caméra placée au-dessus d'une table à coussin d'air horizontale enregistre les positions successives M_0 à M_6 du centre de masse d'un palet, toutes les $\tau = 100 \text{ ms}$ (figure 2, à l'échelle 1 : 1 ; quadrillage de pas 1,0 cm).

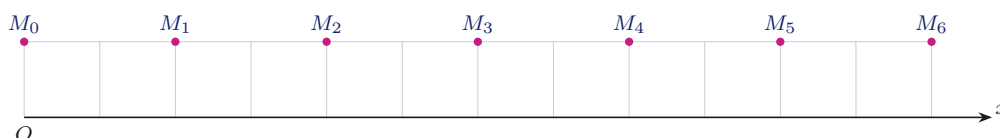


Figure 2 — Positions du centre de masse du palet toutes les 100 ms

- 5.1 Décrire qualitativement le mouvement du palet, puis justifier son nom exact.
- 5.2 Déterminer la valeur de la vitesse v_3 du palet à l'instant t_3 à l'aide de la relation $\vec{v}_3 \approx \frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2\tau}$.
- 5.3 Sur une reproduction de la figure, représenter le vecteur $\vec{v}_3$ à l'échelle 1 cm pour $0,10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Préciser son origine, sa direction et son sens.
- 5.4 Que vaut le vecteur accélération du palet ? Justifier à partir des vecteurs vitesse.

Exercice 6 La chute d'une bille

●○○

Une bille est lâchée sans vitesse initiale. Un capteur mesure la distance y parcourue depuis le point de lâcher, toutes les $\tau = 40$ ms. L'axe (Oy) est vertical, orienté vers le bas.

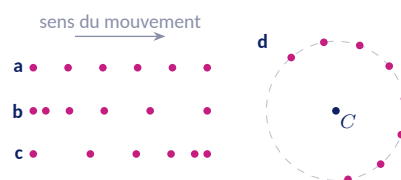
t (ms)	0	40	80	120	160	200
y (cm)	0	0,80	3,20	7,20	12,80	20,00

- 6.1 Le mouvement de la bille est-il uniforme ? Justifier sans calcul à partir du tableau.
- 6.2 Calculer les valeurs des vitesses v_1 , v_2 , v_3 et v_4 aux dates 40 ms, 80 ms, 120 ms et 160 ms, en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- 6.3 Montrer que la valeur de l'accélération de la bille est constante et vaut $10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Quelle est la nature du mouvement ?
- 6.4 Cette valeur est-elle cohérente avec $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$? Les frottements de l'air peuvent-ils expliquer l'écart ? Proposer une autre explication.

Exercice 7 Reconnaître le mouvement

●●○

Les quatre enregistrements ci-contre ont été réalisés avec le même pas de temps τ ; les mobiles **a**, **b** et **c** se déplacent de gauche à droite et, pour le mobile **d**, les positions sont régulièrement espacées sur le cercle.



- 7.1 Nommer précisément le mouvement de chacun des quatre mobiles.
- 7.2 Pour chacun, le vecteur accélération est-il nul ? Sinon, préciser sa direction et son sens par rapport à $\vec{v}$.
- 7.3 Deux de ces mouvements ont un vecteur vitesse de norme constante : lesquels ? L'un d'eux a-t-il pour autant une accélération nulle ?

Exercice 8 Le manège

●●○

Un cheval de manège décrit un cercle de rayon $R = 4,5\text{ m}$ à vitesse constante et effectue un tour complet en $T = 9,0\text{ s}$.

- 8.1 Quelle est la nature du mouvement du cheval ? Calculer la distance parcourue en un tour, puis la valeur v de sa vitesse.
- 8.2 Donner l'expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet, puis calculer sa valeur, sa direction et son sens. Corriger l'affirmation : « le cheval va à vitesse constante, donc son accélération est nulle ».
- 8.3 Le forain double la vitesse de rotation (un tour en $4,5\text{ s}$) : par quel facteur la valeur de l'accélération est-elle multipliée ?

Exercice 9 Dans le rond-point

●●○

Une voiture aborde un rond-point de rayon $R = 25\text{ m}$. À l'instant t_1 étudié, la valeur de sa vitesse est $v = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et elle augmente au rythme de $\frac{dv}{dt} = 3,0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

- 9.1 Reproduire la figure 3 et y placer les vecteurs $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ du repère de Frenet au point M .
- 9.2 Calculer les deux composantes a_t et a_n du vecteur accélération dans ce repère.
- 9.3 En déduire la valeur de l'accélération, puis l'angle que fait $\vec{a}$ avec $\vec{u}_n$; représenter $\vec{a}$ sur la figure. Que deviendrait $\vec{a}$ si le conducteur cessait d'accélérer ?

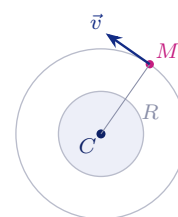


Figure 3 — Vue de dessus