

Contrôle B Décrire un mouvement

Construction de vecteurs, repère de Frenet, exploitation d'un programme

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

Toute réponse doit être justifiée. Une expression littérale est attendue avant chaque application numérique ; les résultats sont donnés avec un nombre adapté de chiffres significatifs et leur unité. Les constructions de vecteurs sont faites à la règle, à l'échelle indiquée. Toute démarche, même partielle, est valorisée.

Exercice 1 Vrai ou faux, et pourquoi

4 pts ●●○

Indiquer si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifier en une ou deux phrases.

- 1.1 Si le vecteur accélération d'un point est nul à chaque instant, alors ce point est immobile.
- 1.2 Sur une chronophotographie réalisée à pas de temps constant, des positions régulièrement espacées le long d'une droite traduisent un mouvement rectiligne uniforme.
- 1.3 Dans un mouvement circulaire non uniforme, le vecteur accélération est dirigé vers le centre du cercle.
- 1.4 Deux points d'un même solide en rotation autour d'un axe fixe ont la même période, mais des vitesses de valeurs différentes s'ils ne sont pas à la même distance de l'axe.

Exercice 2 Le kart sur la piste circulaire

6 pts ●●○

Un kart décrit une piste circulaire de centre C et de rayon $R = 15$ m. Une caméra placée au-dessus de la piste repère sa position angulaire θ , comptée à partir de M_0 , toutes les $\tau = 1,0$ s (figure 1).

t (s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
θ (rad)	0	0,40	0,80	1,20	1,60	2,00	2,40

- 2.1 Montrer que le mouvement du kart est circulaire uniforme. Calculer la longueur de l'arc parcouru entre deux positions successives, puis montrer que la valeur de sa vitesse est $v = 6,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- 2.2 Calculer la période de rotation du kart, puis le nombre de tours qu'il effectue en une minute.
- 2.3 Sur la figure, construire les vecteurs vitesse $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ (échelle : 1 cm pour $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Justifier leur direction.
- 2.4 Construire le vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_3 - \vec{v}_1$ et mesurer sa longueur. En déduire une valeur approchée de l'accélération du kart à la date t_2 , sachant que $\vec{a}_2 \approx \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{2\tau}$.
- 2.5 Comparer cette valeur à $\frac{v^2}{R}$ et caractériser complètement le vecteur accélération du kart (direction, sens, valeur).

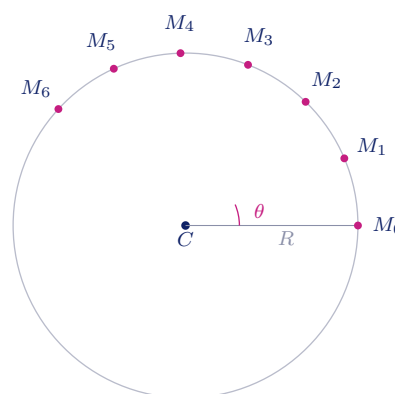


Figure 1 — Vue de dessus de la piste

Exercice 3 Le manège qui démarre

7 pts ●●●○

Un manège pour enfants est constitué d'une plateforme circulaire tournant autour d'un axe vertical. Un enfant est assis en M , à la distance $R = 4,0 \text{ m}$ de l'axe (figure 2). Au démarrage, la valeur de sa vitesse augmente selon $v(t) = 0,25 t$ (v en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, t en s), jusqu'à atteindre la vitesse de croisière $v_c = 3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, ensuite maintenue constante.

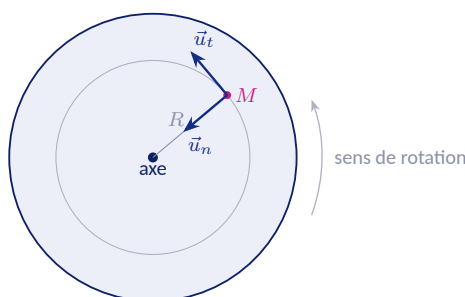


Figure 2 — La plateforme vue de dessus et le repère de Frenet en M

- 3.1 Quelle est la nature du mouvement de l'enfant pendant la phase de démarrage ? Donner l'expression de son vecteur accélération dans le repère de Frenet, en précisant la signification de chaque terme.
- 3.2 Calculer la composante tangentielle a_t de l'accélération et montrer qu'elle est constante pendant le démarrage.
- 3.3 Déterminer la date t_c à laquelle la vitesse de croisière est atteinte. Calculer, à cette date, la composante normale a_n puis la valeur de l'accélération de l'enfant.
- 3.4 À quelle date les deux composantes a_t et a_n ont-elles la même valeur ? Quelle est alors la valeur de la vitesse ?
- 3.5 Pendant la phase de démarrage, la distance parcourue par l'enfant est $s(t) = 0,125 t^2$ (s en m) : le vérifier par dérivation, puis calculer la distance parcourue à la date t_c et la fraction de tour correspondante. En déduire la date à laquelle l'enfant achève son premier tour complet.
- 3.6 *Prise d'initiative.* La notice du constructeur garantit que l'accélération subie par un passager ne dépasse jamais $0,30 g$, avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Déterminer si cette garantie est respectée, aussi bien pendant le démarrage qu'en régime de croisière. Toute démarche, même partielle, sera valorisée.

Exercice 4 Un programme à compléter

3 pts ●●○

Le pointage d'une vidéo fournit les abscisses successives, en mètres, du centre de masse d'un mobile se déplaçant sur une droite, relevées toutes les $0,10 \text{ s}$ à partir de la date $t = 0$ (première valeur de la liste x). Le programme ci-dessous calcule les vitesses, puis les accélérations.

```

1 dt = 0.10
2 x = [0.00, 0.05, 0.20, 0.45, 0.80, 1.25]
3
4 v = []
5 for i in range(1, len(x) - 1):
6     v.append((x[i+1] - x[i-1]) / (2*dt))
7
8 a = []
9 for i in range(1, len(v) - 1):
10    a.append(...)      # ligne à compléter
11
12 print(v)
13 print(a)

```

- 4.1 Déterminer le contenu de la liste v après exécution, en détaillant le calcul de son premier terme et en précisant la date à laquelle il correspond.
- 4.2 Compléter la ligne 10 de manière à obtenir les accélérations du mobile, puis donner le contenu de la liste a .
- 4.3 En déduire la nature du mouvement du mobile et l'équation horaire $x(t)$ compatible avec les valeurs du programme.