

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · PROBABILITÉS · CHAPITRE 15



R. RINGUET · 2026 – 2027

Sujet type bac

Succession d'épreuves indépendantes et loi binomiale

QCM — Les vélos en libre-service : disponibilité de la flotte, contrôles aléatoires et maintenance

Durée : 1 h 30 · calculatrice autorisée · 2 exercices indépendants · barème sur 12

Nom : Prénom : Classe : Note : / 12

★ CONSIGNES

Deux exercices indépendants, notés comme à l'épreuve écrite du baccalauréat (5 points et 7 points). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont prises en compte. Toute modélisation par une loi binomiale doit être justifiée (épreuve de Bernoulli répétée, succès et sa probabilité, nombre de répétitions, indépendance) et chaque probabilité obtenue à la calculatrice doit être accompagnée du calcul qui la produit, puis arrondie à 10^{-3} sauf mention contraire.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●●○

Pour chacune des cinq questions suivantes, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1.1 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(9; \frac{1}{3})$. Alors $P(X = 3)$ est égal à :

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^6$

b) $\binom{9}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^6$

c) $\binom{9}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^3$

d) $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$

1.2 La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{B}(50; 0,1)$. Alors $\sigma(X)$ est égal, à 10^{-2} près, à :

a) 2,12

b) 4,50

c) 5,00

d) 45,00

1.3 La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{B}(4; 0,5)$. Alors $P(X \geq 1)$ est égal à :

a) $\frac{1}{16}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{11}{16}$

d) $\frac{15}{16}$

1.4 La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{B}(100; 0,02)$. Alors $P(X = 0)$ est égal, à 10^{-3} près, à :

a) 0,000

b) 0,020

c) 0,133

d) 0,980

1.5 On répète n fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,3. Le plus petit entier n pour lequel la probabilité d'obtenir au moins un succès atteint 0,999 est :

a) 18

b) 19

c) 20

d) 21

Exercice 2 Les vélos en libre-service

7 pts ●●○

Une ville met à disposition une flotte de vélos en libre-service : 60 % d'entre eux sont des vélos électriques, les autres sont des vélos mécaniques. Une étude montre qu'un vélo électrique est indisponible (batterie vide ou panne) avec la probabilité 0,12, et un vélo mécanique avec la probabilité 0,05. Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

Partie A — La disponibilité d'un vélo

On choisit un vélo au hasard dans la flotte. On note E l'événement « le vélo est électrique », M l'événement « le vélo est mécanique » et I l'événement « le vélo est indisponible ».

- 2.1 Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 2.2 Calculer $P(E \cap I)$ et interpréter ce nombre par une phrase.
- 2.3 Démontrer que $P(I) = 0,092$.
- 2.4 Le vélo choisi est indisponible. Déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'un vélo électrique : valeur exacte sous forme de fraction irréductible, puis arrondi à 10^{-3} .
- 2.5 Le vélo choisi est disponible. Déterminer la probabilité qu'il s'agisse d'un vélo mécanique (arrondi à 10^{-3}). Comparer à $P(M)$ et commenter.

Partie B — Un contrôle sur vingt vélos

Un agent de la ville contrôle 20 vélos choisis au hasard dans la flotte. Celle-ci comporte plusieurs milliers de vélos, ce qui permet d'assimiler ce contrôle à un tirage avec remise. On note X le nombre de vélos indisponibles parmi les 20 vélos contrôlés ; la figure 1 représente la loi de X .

- 2.6 Justifier que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(20; 0,092)$.
- 2.7 Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$ (arrondi à 10^{-3}), puis interpréter $E(X)$ dans le contexte.
- 2.8 Calculer la probabilité que l'agent ne trouve aucun vélo indisponible, puis celle qu'il en trouve au moins un.
- 2.9 Calculer $P(X \leq 2)$ et $P(2 \leq X \leq 5)$.
- 2.10 Lire sur la figure 1 la valeur de k la plus probable, puis la retrouver en comparant $P(X = 1)$ et $P(X = 2)$.

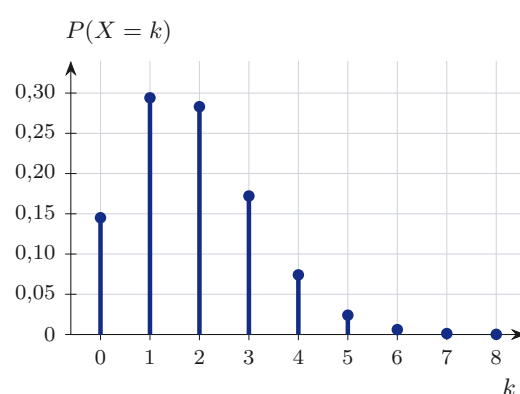


Figure 1 — La loi de X

Partie C — Combien de vélos contrôler ?

L'agent contrôle maintenant n vélos choisis au hasard dans la flotte, toujours assimilés à un tirage avec remise, et on note X_n le nombre de vélos indisponibles observés.

- 2.11 Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $P(X_n \geq 1) = 1 - 0,908^n$.
- 2.12 La ville souhaite que l'agent détecte au moins un vélo indisponible avec une probabilité supérieure ou égale à 0,99. Déterminer, par le calcul, le nombre minimal de vélos à contrôler.
- 2.13 Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de la fonction Python ci-contre, qui renvoie le nombre déterminé à la question précédente.
- 2.14 Après une campagne de maintenance, la ville annonce que la probabilité qu'un vélo de la flotte soit indisponible est tombée à 0,05. Avec cette valeur, calculer la probabilité que l'agent trouve au moins un vélo indisponible parmi 20 vélos contrôlés, et la comparer à celle obtenue à la question 2.8. Lors du contrôle suivant, l'agent ne trouve aucun vélo indisponible parmi les 20 : cette seule observation suffit-elle à prouver que la maintenance a été efficace ? Justifier en une ou deux phrases.

```

1 def seuil():
2     n = 0
3     p = ...
4     while p < 0.99:
5         n = ...
6         p = 1 - 0.908**n
7     return n

```