

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · PROBABILITÉS · CHAPITRE 15



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle A

Succession d'épreuves indépendantes et loi binomiale

QCM, trois feux tricolores, contrôle qualité d'ampoules, problème de seuil et algorithme

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

Toute modélisation par une loi binomiale doit être justifiée : on précisera l'épreuve de Bernoulli répétée, le succès et sa probabilité, le nombre de répétitions et l'indépendance. Les probabilités obtenues à la calculatrice seront arrondies à 10^{-4} , sauf mention contraire, et l'on indiquera le calcul effectué (par exemple $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$). Les réponses du QCM ne demandent aucune justification. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1** La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(5; 0,2)$. Alors $P(X = 1)$ est égal à :
a) 0,081 9 b) 0,2 c) 0,409 6 d) 0,737 3
- 1.2** Une variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{B}(n; p)$ avec $E(X) = 6$ et $V(X) = 4,2$. Alors n est égal à :
a) 10 b) 14 c) 20 d) 30
- 1.3** On répète 8 fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,5. La probabilité d'obtenir exactement 4 succès est égale à :
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{35}{128}$ c) $\frac{1}{256}$ d) $\frac{70}{128}$
- 1.4** La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{B}(30; 0,1)$. Alors $P(X \geq 1)$ est égal, à 10^{-3} près, à :
a) 0,042 b) 0,141 c) 0,900 d) 0,958
- 1.5** Le plus petit entier n tel que $1 - 0,8^n \geq 0,95$ est égal à :
a) 12 b) 13 c) 14 d) 15

Exercice 2 Contrôle qualité d'un lot d'ampoules

6 pts ●●○

Une entreprise fabrique des ampoules à LED. On admet que 4 % des ampoules produites sont défectueuses. Un distributeur prélève au hasard un lot de 25 ampoules dans la production; celle-ci est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise. On note X le nombre d'ampoules défectueuses du lot.

- 2.1** Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2.2** Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 1)$.
- 2.3** En déduire la probabilité que le lot contienne au moins deux ampoules défectueuses.
- 2.4** Le distributeur refuse le lot dès qu'il contient au moins trois ampoules défectueuses. Calculer la probabilité qu'un lot soit refusé.

- 2.5** Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$ (arrondi à 10^{-3}), puis interpréter $E(X)$ dans le contexte de l'exercice.
- 2.6** Le distributeur reçoit 200 lots de 25 ampoules. Combien de lots refusés peut-il s'attendre à observer ? On arrondira à l'unité.

Exercice 3 Trois feux tricolores

5 pts ●○○

Sur son trajet quotidien, un automobiliste rencontre successivement trois feux tricolores. Le premier est vert à son arrivée avec la probabilité 0,4, le deuxième avec la probabilité 0,5 et le troisième avec la probabilité 0,6 ; les trois feux fonctionnent indépendamment les uns des autres. L'arbre de la figure 1 est partiellement complété.

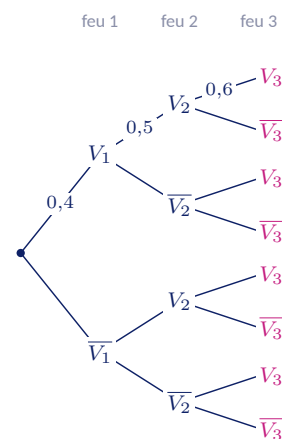


Figure 1 — Arbre à compléter

- 3.1** Recopier et compléter l'arbre de la figure 1 en y portant toutes les probabilités manquantes.
- 3.2** Calculer la probabilité que les trois feux soient verts, puis la probabilité qu'aucun ne le soit.
- 3.3** Démontrer que la probabilité qu'exactement un feu soit vert est égale à 0,38.
- 3.4** On note X le nombre de feux verts rencontrés. Justifier que X ne suit pas une loi binomiale, puis donner la loi de X sous forme de tableau et calculer $E(X)$.
- 3.5** En déduire la probabilité que l'automobiliste rencontre au moins deux feux verts.

Exercice 4 Un problème de seuil

4 pts ●●○

Dans un jeu en ligne, chaque partie est gagnée avec la probabilité 0,03, indépendamment des autres. Un joueur enchaîne n parties et on note G_n le nombre de parties gagnées.

- 4.1** Préciser la loi de G_n , puis démontrer que la probabilité de gagner au moins une partie vaut $1 - 0,97^n$.
- 4.2** Le joueur enchaîne 50 parties. Calculer la probabilité qu'il gagne au moins une partie, puis le nombre moyen de parties gagnées.
- 4.3** Déterminer, par le calcul, le nombre minimal de parties à jouer pour que la probabilité de gagner au moins une partie soit supérieure ou égale à 0,95.
- 4.4** Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de la fonction Python ci-contre, afin qu'elle renvoie le nombre déterminé à la question précédente.
- 4.5** Quelle ligne faut-il modifier, et comment, pour traiter le cas d'une probabilité de gain égale à 0,10 par partie ? Donner alors le nombre minimal de parties à jouer.

```

1 def seuil():
2     n = 0
3     p = ...
4     while p < 0.95:
5         n = ...
6         p = 1 - 0.97**n
7     return n

```