

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 14



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle B

Représentations paramétriques et équations cartésiennes

Vrai ou faux, discussion d'un système 3×3 , un pavé droit repéré, deux drones en vol

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans tout le sujet. Toute affirmation doit être démontrée : coordonnées des vecteurs, système résolu ou produit scalaire calculé avant de conclure. Un contre-exemple explicite suffit pour réfuter une affirmation. Les longueurs et les distances seront données sous forme exacte. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Vrai ou faux ?

4 pts ●●●○

Pour chacune des quatre affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant**. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1.1 Affirmation 1. Les droites d et d' de représentations paramétriques

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{et} \quad d' : \begin{cases} x = 5 + 4s \\ y = -2 - 2s \\ z = 5 + 2s \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R})$$

sont confondues.

1.2 Affirmation 2. Les plans d'équations $2x - 4y + 6z - 5 = 0$ et $-x + 2y - 3z + 1 = 0$ sont strictement parallèles.

1.3 Affirmation 3. Le point $H(1; 2; 2)$ est le projeté orthogonal du point $M(3; 3; 4)$ sur le plan d'équation $2x - y + 2z - 4 = 0$.

1.4 Affirmation 4. Les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 3)$, $\vec{v}(2; -1; 1)$ et $\vec{w}(4; 3; 7)$ forment une base de l'espace.

Exercice 2 Trois plans et deux paramètres

5 pts ●●●●○

Soient m et p deux nombres réels. On considère les plans

$$\mathcal{P}_1 : x + y + z = 4, \quad \mathcal{P}_2 : x - y + z = 2, \quad \mathcal{R}_{m,p} : 2x + mz = p,$$

et le système $(S_{m,p})$ formé par ces trois équations.

2.1 Résoudre le système formé par les équations de $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$, puis en déduire une représentation paramétrique de la droite $\Delta = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$.

2.2 Résoudre $(S_{1,4})$ et interpréter géométriquement le résultat.

2.3 Résoudre $(S_{2,6})$ et interpréter géométriquement le résultat.

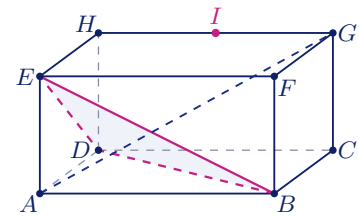
2.4 Démontrer que $(S_{2,8})$ n'a aucune solution. Les trois plans sont-ils pour autant deux à deux parallèles ? Justifier.

2.5 Discuter, suivant les valeurs de m et de p , le nombre de solutions du système $(S_{m,p})$.

Exercice 3 Un pavé droit repéré

6 pts ●●●○

$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que $AB = 6$, $AD = 3$ et $AE = 3$ (figure 1). On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$. On note I le milieu de l'arête $[GH]$.

Figure 1 — Le pavé et le plan (BDE)

- 3.1** Donner les coordonnées des sommets B, C, D, E, G, H et du point I .
- 3.2** Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (BDE) est $x + 2y + 2z - 6 = 0$.
- 3.3** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AG) , puis les coordonnées du point K d'intersection de (AG) et du plan (BDE) . Vérifier que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AG}$.
- 3.4** La droite (AG) est-elle orthogonale au plan (BDE) ? Justifier.
- 3.5** Démontrer que K est le projeté orthogonal de I sur le plan (BDE) , puis calculer la distance du point I à ce plan.
- 3.6** Vérifier que $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$. Que confirme ce calcul?
- 3.7** Calculer le volume du tétraèdre $ABDE$, puis l'aire du triangle BDE . En déduire la distance du point A au plan (BDE) .

Exercice 4 Deux drones en vol

5 pts ●●●●○

L'unité de longueur est le mètre et t désigne le temps, en secondes, avec $t \geq 0$. À l'instant t , un premier drone occupe le point $M(t)$ de coordonnées $(2 + 2t; 2 + t; 3 - t)$ et un second drone le point $N(t)$ de coordonnées $(6 - t; -1 + 2t; t)$. On note d_1 et d_2 les droites qui portent les trajectoires des deux drones (ensembles des points $M(t)$ et $N(t)$ lorsque t décrit $\mathbb{R}$).

- 4.1** Donner un vecteur directeur de d_1 et un vecteur directeur de d_2 , puis démontrer que ces deux droites ne sont pas parallèles.
- 4.2** Démontrer que d_1 et d_2 sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection P .
- 4.3** Les deux drones se heurtent-ils? Justifier soigneusement la réponse.
- 4.4** Démontrer que la distance qui sépare les deux drones à l'instant t vérifie $M(t)N(t)^2 = 14t^2 - 42t + 34$.
- 4.5** En déduire l'instant où cette distance est minimale, ainsi que la valeur exacte de ce minimum.
- 4.6** Déterminer une équation cartésienne du plan contenant les deux trajectoires.