

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 14



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle A

Représentations paramétriques et équations cartésiennes

QCM, projeté orthogonal et distance, un cube repéré, intersection de deux plans et plan médiateur

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans tout le sujet. Toute réponse doit être justifiée : on écrira les coordonnées des vecteurs utilisés, le système résolu ou le produit scalaire calculé avant de conclure. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification. Les longueurs et les distances seront données sous forme exacte. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1** Une représentation paramétrique de la droite passant par $A(2; -1; 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; 0; -2)$ est :

a) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -2t \end{cases}$

- 1.2** Un vecteur normal au plan d'équation $3x - 2y + z - 5 = 0$ est :

a) $\vec{n}(3; -2; -5)$ b) $\vec{n}(-2; 1; -5)$ c) $\vec{n}(3; 2; 1)$ d) $\vec{n}(3; -2; 1)$

- 1.3** Le plan passant par $A(1; -2; 0)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2; 1; -3)$ a pour équation :

a) $2x + y - 3z = 0$ b) $2x + y - 3z + 4 = 0$
c) $2x + y - 3z - 4 = 0$ d) $x - 2y - 3 = 0$

- 1.4** La droite d de représentation paramétrique $x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3 + 2t$ et le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + y + z - 6 = 0$:

a) sont sécants en un point b) sont perpendiculaires
c) sont strictement parallèles d) vérifient $d \subset \mathcal{P}$

- 1.5** Le plan médiateur du segment $[AB]$, où $A(1; 2; 3)$ et $B(3; 0; 5)$, a pour équation :

a) $x - y + z - 5 = 0$ b) $x - y + z + 5 = 0$
c) $2x - 2y + 2z - 5 = 0$ d) $x + y + z - 7 = 0$

Exercice 2 Projeté orthogonal et symétrique

5 pts ●●○

On considère le point $A(2; 1; -1)$, le vecteur $\vec{n}(1; 2; 2)$ et le point $M(3; 4; 0)$.

- 2.1** Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.
2.2 Vérifier que le point $B(0; 0; 1)$ appartient à $\mathcal{P}$ et que M n'appartient pas à $\mathcal{P}$.

- 2.3** Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par M et orthogonale à $\mathcal{P}$.
- 2.4** Déterminer les coordonnées du point H d'intersection de Δ et de $\mathcal{P}$, puis la distance du point M au plan $\mathcal{P}$.
- 2.5** Calculer MB et vérifier que $MB > MH$. Quelle propriété du projeté orthogonal retrouve-t-on ainsi ?
- 2.6** Déterminer les coordonnées du symétrique M' de M par rapport au plan $\mathcal{P}$.

Exercice 3 Un cube repéré

5 pts ●●○

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 3 (figure 1). On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$.

- 3.1** Donner les coordonnées des sommets B, C, D, E, F, G et H .
- 3.2** Démontrer que $\vec{n}(1; -1; -1)$ est un vecteur normal au plan (ACF) , puis déterminer une équation cartésienne de ce plan.
- 3.3** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BG) , puis les coordonnées du point L d'intersection de (BG) et du plan (ACF) . Que représente L pour la face $BCGF$?
- 3.4** Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point H sur le plan (ACF) , puis la distance exacte du point H à ce plan.
- 3.5** Le point H appartient-il au plan d'équation $x - y - z + 6 = 0$? Que peut-on dire de ce plan et du plan (ACF) ?
- 3.6** Démontrer que le triangle ACF est équilatéral, calculer son aire exacte, puis en déduire le volume du tétraèdre $ACFH$.

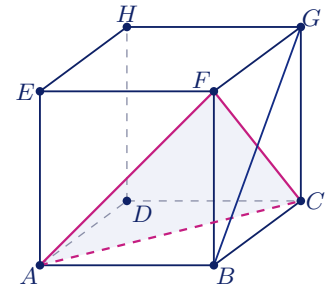


Figure 1 — Le cube et le plan (ACF)

Exercice 4 Deux plans sécants

5 pts ●●○

On considère les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ d'équations respectives $2x - y + z - 4 = 0$ et $x + y - 2z + 1 = 0$, ainsi que les points $A(0; 1; 3)$ et $B(6; 1; 1)$.

- 4.1** Justifier que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants.
- 4.2** Résoudre le système formé par leurs deux équations en posant $x = t$, puis en déduire une représentation paramétrique de la droite $\Delta = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$.
- 4.3** Vérifier que le point $C(2; 3; 3)$ appartient à Δ .
- 4.4** Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur $\mathcal{M}$ du segment $[AB]$.
- 4.5** Démontrer que la droite Δ est strictement parallèle au plan $\mathcal{M}$.
- 4.6** Le point $D(2; 3; -1)$ appartient-il à $\mathcal{M}$? Vérifier la réponse en calculant DA et DB .
- 4.7** Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite Δ et du plan (xOy) .