

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ANALYSE · CHAPITRE 3



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle A Limites de fonctions

Limites usuelles, formes indéterminées, asymptotes, croissances comparées

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

Toute limite doit être justifiée : limites usuelles utilisées, opérations, factorisation du terme prépondérant, croissances comparées ou encadrement. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{2x^2 + 3}$ est égale à :

- a) 0 b) $-\frac{5}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $+\infty$

1.2 La courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ admet pour asymptote horizontale la droite d'équation :

- a) $x = -3$ b) $y = -\frac{1}{3}$ c) $y = 0$ d) $y = 2$

1.3 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$ est égale à :

- a) $-\infty$ b) 0 c) -1 d) $+\infty$

1.4 Soit g une fonction telle que, pour tout réel $x \geq 1$, $3 - \frac{1}{x} \leq g(x) \leq 3 + \frac{2}{x^2}$. Alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$:

- a) vaut 3 b) vaut 0 c) vaut $+\infty$ d) n'existe pas

1.5 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{2-x}$ est égale à :

- a) $+\infty$ b) 3 c) $-\infty$ d) 0

Exercice 2 Quatre limites à justifier

4 pts ●○○○

Déterminer les limites suivantes en détaillant la méthode utilisée.

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^3 + 2x^2 + 5)$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 4x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-5}{x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3}{e^x}$

Exercice 3 Une fonction homographique et ses asymptotes

6 pts ●●○

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 3.1** Montrer que, pour tout réel $x \neq -1$, $f(x) = 3 + \frac{1}{x+1}$.
- 3.2** Déterminer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, en -1^- et en -1^+ . En déduire les équations des deux asymptotes à $\mathcal{C}_f$.
- 3.3** Étudier le signe de $f(x) - 3$ et en déduire la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à son asymptote horizontale.
- 3.4** Montrer que, pour tout réel $x \neq -1$, $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$, puis dresser le tableau de variations de f (limites comprises).
- 3.5** Calculer $f(0)$ et résoudre l'équation $f(x) = 0$. Tracer alors les asymptotes en pointillés, puis la courbe $\mathcal{C}_f$, dans le repère ci-dessous (à rendre avec la copie).

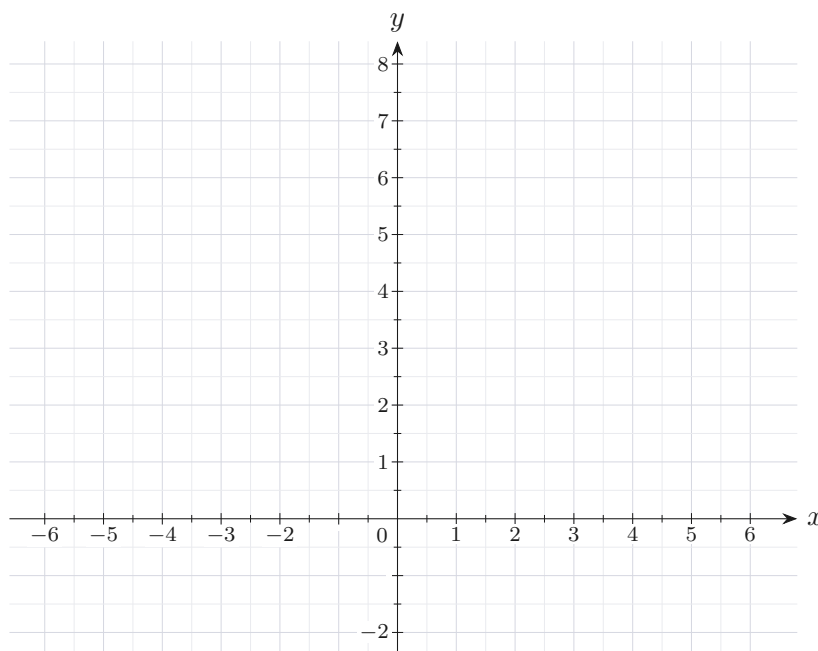


Figure 1 — Repère à compléter

Exercice 4 Une épidémie

5 pts ●●○

Lors d'une épidémie, le nombre de personnes contaminées, exprimé en milliers, est modélisé t jours après le début de l'épidémie par $N(t) = 12t^2 e^{-0,4t}$, pour $t \geq 0$.

- 4.1** Calculer $N(0)$ et $N(2)$ (arrondi à 10^{-1}), puis interpréter ces deux valeurs.
- 4.2** On admet que, pour tout réel $t \geq 0$, $N'(t) = (24t - 4,8t^2) e^{-0,4t}$. Étudier le signe de $N'(t)$ sur $[0; +\infty[$, puis dresser le tableau de variations de N .
- 4.3** En quel jour le nombre de personnes contaminées est-il maximal ? Donner la valeur exacte de ce maximum, puis sa valeur arrondie à 10^{-1} .
- 4.4** Vérifier que, pour tout réel $t > 0$, $N(t) = 75 \times \frac{(0,4t)^2}{e^{0,4t}}$. En posant $X = 0,4t$, déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'épidémie.
- 4.5** Le seuil d'alerte est fixé à 30 milliers de personnes contaminées. Par balayage à la calculatrice, déterminer le plus petit entier t tel que $N(t) \geq 30$.