

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ANALYSE · CHAPITRE 8

Sujet type bac Fonctions sinus et cosinus

La marée dans un port : étude d'un modèle périodique — QCM

Durée : 1 h 30 · calculatrice autorisée · 2 exercices indépendants · barème sur 12



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 12

★ CONSIGNES

Deux exercices indépendants, notés comme à l'épreuve écrite du baccalauréat (7 points et 5 points). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont prises en compte. Toute résolution d'équation ou d'inéquation trigonométrique doit être justifiée, au besoin par un cercle trigonométrique figurant sur la copie.

Exercice 1 La marée dans un port

7 pts ●●○

Dans un port de la Manche, la hauteur d'eau au-dessus du fond de la passe d'entrée, exprimée en mètres, est modélisée un jour donné par la fonction h définie sur $[0 ; 12]$ par

$$h(t) = 5 + 3 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right),$$

où t désigne le temps écoulé depuis minuit, en heures. (Les trois parties peuvent être traitées de façon largement indépendante.)

Partie A — Étude du modèle

- 1.1 Calculer $h(0)$, $h(3)$ et $h(9)$.
- 1.2 Démontrer que la fonction $t \mapsto 5 + 3 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ est 12-périodique sur $\mathbb{R}$, et interpréter cette propriété dans le contexte de l'exercice.
- 1.3 Montrer que, pour tout t de $[0 ; 12]$, $h'(t) = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$.
- 1.4 Étudier le signe de $h'(t)$ sur $[0 ; 12]$, puis dresser le tableau de variations de h .
- 1.5 En déduire l'heure et la hauteur d'eau de la pleine mer, puis celles de la basse mer. Calculer le *marnage*, c'est-à-dire la différence entre ces deux hauteurs.

Partie B — L'accès au port

Un cargo de tirant d'eau 5,90 m ne peut franchir la passe que si la hauteur d'eau dépasse ce tirant d'eau d'au moins 0,60 m (*pied de pilote*).

- 1.6 Justifier que la condition de passage s'écrit $h(t) \geq 6,5$.
- 1.7 Résoudre cette inéquation sur $[0 ; 12]$ et préciser le créneau d'accès au port et sa durée.
- 1.8 Le cargo se présente devant la passe à 6 h. Combien de temps devra-t-il attendre avant de pouvoir entrer ? Justifier en utilisant la question 1.2.
- 1.9 Vérifier la cohérence de la question 1.7 avec la figure 1, y lire la hauteur d'eau à 7 h et la retrouver par le calcul.

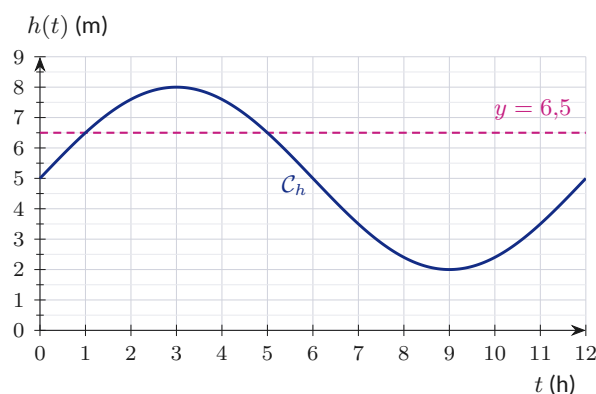


Figure 1 — Hauteur d'eau dans la passe

Partie C — La vitesse de la marée

On note $v = h'$ la vitesse de variation de la hauteur d'eau, exprimée en mètres par heure.

- 1.10** Calculer les valeurs exactes de $v(0)$, $v(3)$ et $v(6)$, puis leurs valeurs arrondies à 10^{-2} . Interpréter le signe de chacune d'elles.
- 1.11** Montrer que $h''(t) = -\frac{\pi^2}{12} \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, étudier son signe sur $[0; 12]$, puis en déduire les intervalles sur lesquels h est convexe et les coordonnées du point d'inflexion de $\mathcal{C}_h$.
- 1.12** En déduire à quel instant de $[0; 12]$ le niveau de l'eau baisse le plus vite, ainsi que cette vitesse de baisse maximale, arrondie à $0,01 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$.
- 1.13** Résoudre l'inéquation $v(t) \geq \frac{\pi}{4}$ sur $[0; 12]$, puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- 1.14** Le même jour, dans un port voisin, la hauteur d'eau est modélisée sur $[0; 12]$ par

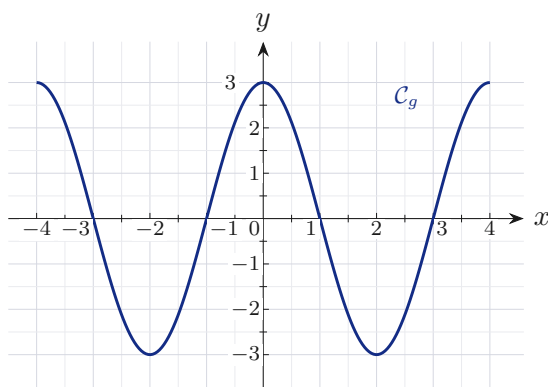
$$h_1(t) = 5 + 3 \sin\left(\frac{\pi(t-2)}{6}\right).$$

Déterminer l'heure de la pleine mer dans ce port, le décalage avec le premier port, et dire si ce décalage modifie le marnage.

Exercice 2 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●●○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte; aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Les questions 2.1 et 2.2 se rapportent à la figure 2, qui représente sur $[-4; 4]$ la courbe d'une fonction g définie et périodique sur $\mathbb{R}$.

Figure 2 — Courbe de g sur $[-4; 4]$

- 2.1** La plus petite période de g est :
 a) 2 b) 4 c) π d) 2π
- 2.2** Une expression de $g(x)$ est :
 a) $3 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ b) $3 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
 c) $2 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ d) $3 \cos(2\pi x)$
- 2.3** Sur $[-\pi; \pi]$, l'ensemble des solutions de l'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est :
 a) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right\}$ b) $\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$ c) $\left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$ d) $\left\{-\frac{\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}\right\}$
- 2.4** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin x$:
 a) est décroissante sur $\mathbb{R}$ b) est croissante sur $\mathbb{R}$
 c) admet un maximum sur $\mathbb{R}$ d) est 2π -périodique
- 2.5** Sur $[-\pi; \pi]$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est :
 a) $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ b) $\left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$
 c) $\left[-\pi; -\frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$ d) $\left[-\pi; -\frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$