

TERMINALE SPÉCIALITÉ • MATHÉMATIQUES • ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE • CHAPITRE 11



R. RINGUET · 2026 – 2027

Sujet type bac Combinatoire et dénombrement

QCM — L'organisation d'un festival : badges, équipe d'accueil, programmation des concerts

Durée : 1 h 30 · calculatrice autorisée · 2 exercices indépendants · barème sur 12

Nom : Prénom : Classe : Note : / 12

★ CONSIGNES

Deux exercices indépendants, notés comme à l'épreuve écrite du baccalauréat (5 points et 7 points). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont prises en compte. Chaque dénombrement doit être justifié (modèle utilisé, calcul écrit) et chaque probabilité obtenue dans une situation d'équiprobabilité doit être présentée sous la forme $\text{Card}(A) / \text{Card}(\Omega)$, puis donnée sous forme de fraction irréductible et, si l'énoncé le demande, arrondie.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●●○

Pour chacune des cinq questions suivantes, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1** Le nombre de mots de cinq lettres, ayant un sens ou non, formés avec les 26 lettres de l'alphabet et dont les lettres sont deux à deux distinctes, est égal à :
- a) 26^5
- b) $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22$
- c) $\binom{26}{5}$
- d) $5! \times 26$
- 1.2** Un ensemble E possède exactement 64 parties. Le nombre de parties de E formées de deux éléments est :
- a) 12
- b) 15
- c) 30
- d) 32
- 1.3** Pour tout entier $n \geqslant 2$, le coefficient binomial $\binom{n}{2}$ est égal à :
- a) $n + 1$
- b) $\frac{n^2}{2}$
- c) $n(n - 1)$
- d) $\frac{n(n - 1)}{2}$
- 1.4** Une urne contient 6 boules rouges et 4 boules vertes, indiscernables au toucher. On en tire 4 simultanément, tous les tirages étant équiprobables. La probabilité d'obtenir exactement deux boules rouges est égale à :
- a) $\frac{3}{7}$
- b) $\frac{6}{35}$
- c) $\frac{2}{5}$
- d) $\frac{9}{50}$
- 1.5** La somme $\binom{12}{0} + \binom{12}{1} + \dots + \binom{12}{12}$ est égale à :
- a) 12^2
- b) 2^{12}
- c) $12!$
- d) 2×12

Exercice 2 L'organisation d'un festival

7 pts ●●○

Une association de 20 bénévoles, composée de 12 femmes et de 8 hommes, organise un festival de musique. Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A — Les badges des bénévoles

Chaque bénévole reçoit un badge portant un code de quatre caractères : deux lettres majuscules choisies parmi les 26 lettres de l'alphabet, suivies de deux chiffres choisis parmi 0, 1, ..., 9.

- 2.1 Déterminer le nombre de codes de badge différents.
- 2.2 Déterminer le nombre de codes dont les deux lettres sont distinctes et les deux chiffres distincts.
- 2.3 Déterminer le nombre de codes qui se terminent par deux chiffres identiques.
- 2.4 Un code est attribué au hasard, tous les codes étant équiprobables. Déterminer la probabilité que les deux lettres du code soient identiques.

Partie B — L'équipe d'accueil

Pour tenir le guichet d'accueil, l'association tire au sort une équipe de 5 bénévoles parmi ses 20 membres : toutes les équipes ont la même probabilité d'être choisies.

- 2.5 Déterminer le nombre d'équipes possibles. L'association pourrait-elle constituer une équipe comportant autant de femmes que d'hommes ? Justifier.
- 2.6 Déterminer le nombre d'équipes formées de 3 femmes et 2 hommes, puis la probabilité de l'événement F : « l'équipe tirée au sort compte exactement 3 femmes ». Donner la valeur exacte, puis l'arrondi à 10^{-3} .
- 2.7 Déterminer la probabilité de l'événement G : « l'équipe tirée au sort compte au moins une femme ». (On pourra considérer l'événement contraire.) Donner la valeur exacte, puis l'arrondi à 10^{-4} .
- 2.8 Deux bénévoles, Alice et Bruno, souhaitent soit figurer tous les deux dans l'équipe, soit n'y figurer ni l'un ni l'autre. Déterminer le nombre d'équipes qui leur conviennent, puis la probabilité que leur souhait soit exaucé (fraction irréductible, puis arrondi à 10^{-3}).

Partie C — La programmation de la scène principale

Cinq groupes, notés A, B, C, D et E, se produisent successivement sur la scène principale : la *programmation* de la soirée est l'ordre dans lequel ils passent. L'arbre de la figure 1 représente les choix possibles pour les deux premiers passages.

- 2.9 Justifier que l'arbre de la figure 1 comporte 20 chemins, puis déterminer le nombre de programmations possibles de la soirée.
- 2.10 Le groupe E est la tête d'affiche et doit se produire en dernier. Combien de programmations conviennent ? La programmation étant choisie au hasard parmi toutes les programmations possibles, quelle est la probabilité que le groupe E passe en dernier ?
- 2.11 Les groupes A et B refusent de se produire l'un juste après l'autre. Déterminer le nombre de programmations qui respectent cette contrainte, puis la probabilité correspondante.
- 2.12 Combien de programmations commencent par le groupe C et se terminent par le groupe D ?
- 2.13 Chaque spectateur choisit à l'avance l'ensemble des concerts auxquels il assistera, éventuellement aucun, éventuellement les cinq. Combien de choix possibles ? Combien comportent exactement trois concerts ? Un spectateur choisit au hasard, tous les choix étant équiprobables : quelle est la probabilité qu'il assiste à au moins quatre concerts ?

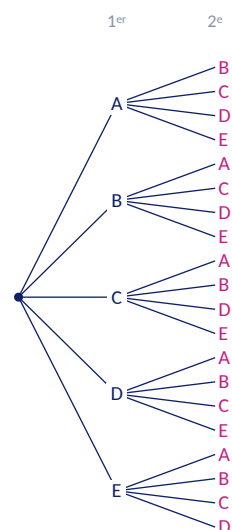


Figure 1 — Les deux premiers passages