

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 11

Exercices 2 Combinatoire et dénombrement

Problèmes : plaques, anagrammes, mains de cartes, chemins, épreuves répétées, triangle de Pascal en Python

6 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h 30 · calculatrice autorisée



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Modéliser une situation concrète par des k -uplets, des arrangements, des permutations ou des combinaisons, puis dénombrer, y compris avec contraintes (« au moins », « exactement », passage au complémentaire).
- Calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité par $\text{Card}(A) / \text{Card}(\Omega)$; représenter un dénombrement par un arbre, un mot ou un chemin ; mettre en œuvre un algorithme de dénombrement en Python.

Exercice 1 Les plaques d'immatriculation

●●○

Depuis 2009, une plaque d'immatriculation française est de la forme **AB-123-CD** : deux lettres, un nombre de trois chiffres, puis deux lettres. Les lettres I, O et U sont interdites (il reste donc 23 lettres utilisables) et le nombre central va de 001 à 999.

- 1.1 Combien de plaques obtiendrait-on si les 26 lettres étaient autorisées et si le nombre central pouvait aller de 000 à 999 ?
- 1.2 Combien de plaques le système effectivement en vigueur permet-il de produire ?
- 1.3 Combien de ces plaques commencent par le groupe de lettres **AB** ? Combien comportent quatre lettres deux à deux distinctes ?
- 1.4 En France, environ 3 millions de véhicules sont immatriculés chaque année. Pendant combien d'années entières le système restera-t-il suffisant ?

Exercice 2 Anagrammes

●●○

On appelle *anagramme* d'un mot tout mot obtenu en permutant ses lettres, qu'il ait un sens ou non.

- 2.1 Le mot « TRIANGLE » est formé de huit lettres deux à deux distinctes. Combien possède-t-il d'anagrammes ? Combien commencent par une voyelle ? Combien commencent par T et se terminent par E ?
- 2.2 Combien d'anagrammes contiennent le bloc « GLE », dans cet ordre et sans lettre intercalée ? Combien ont leurs trois voyelles côte à côte, dans un ordre quelconque ?
- 2.3 Le mot « ABSCISSE » comporte huit lettres, dont trois S et cinq lettres deux à deux distinctes. Pour construire une anagramme, on choisit d'abord les trois positions occupées par les S, puis on place les cinq autres lettres. En déduire le nombre d'anagrammes de « ABSCISSE ».

Exercice 3 Une main de cartes

●●○

Un jeu de 32 cartes comporte quatre couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle) de huit cartes chacune, dont un as et un roi. On appelle *main* un ensemble de 5 cartes tirées simultanément et au hasard ; toutes les mains sont équiprobables.

- 3.1 Combien de mains différentes peut-on obtenir ?
- 3.2 Dénombrer les mains contenant exactement deux as, puis celles ne contenant aucun cœur, puis celles contenant au moins un roi, puis celles dont les cinq cartes sont de la même couleur.
- 3.3 En déduire la probabilité de chacun de ces quatre événements (arrondir à 10^{-4}).

- 3.4** Quelle est la probabilité d'obtenir une main contenant les quatre as ? Donner la valeur exacte sous forme de fraction irréductible.

Exercice 4 Les chemins d'un livreur



Un livreur part du point A et doit rejoindre le point B en se déplaçant uniquement le long des rues de la figure 1, vers la droite (pas « D ») ou vers le haut (pas « H »). Le chemin tracé en couleur correspond ainsi au mot DHDHDDH.

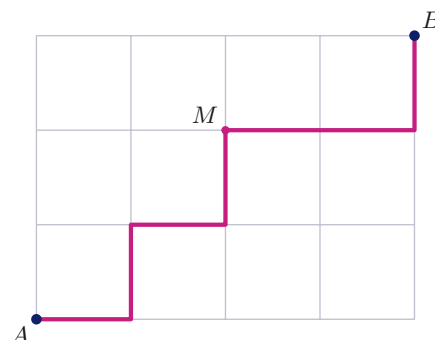


Figure 1 — Le quartier et un chemin possible

- 4.1** Justifier que tout chemin de A vers B s'écrit avec exactement quatre D et trois H, et qu'un chemin est entièrement déterminé par les positions des trois H dans ce mot de sept lettres.
- 4.2** En déduire le nombre de chemins de A vers B .
- 4.3** Le carrefour M est en travaux. Dénombrer les chemins de A vers B passant par M , puis ceux qui l'évitent.
- 4.4** Le livreur choisit son chemin au hasard, tous les chemins étant équiprobables. Quelle est la probabilité qu'il passe par M ?
- 4.5** Reprendre la question 4.2 pour une ville en damier où B serait situé 6 rues à droite et 4 rues au-dessus de A .

Exercice 5 Six lancers d'une pièce



On lance six fois de suite une pièce équilibrée et on note à chaque fois le côté obtenu, P ou F. Une issue de cette expérience est donc un 6-uplet de $\{P; F\}$, et l'on pourrait la lire sur un chemin de l'arbre à six niveaux associé. Toutes les issues sont équiprobables.

- 5.1** Combien l'arbre comporte-t-il de chemins ? Quelle est la probabilité de chaque issue ?
- 5.2** Justifier qu'une issue est entièrement déterminée par l'ensemble des rangs auxquels on obtient P. En déduire que le nombre d'issues comportant exactement k fois P est $\binom{6}{k}$.
- 5.3** Dénombrer les issues comportant exactement deux P, puis celles comportant au moins quatre P ; en déduire les probabilités correspondantes.
- 5.4** Calculer $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \dots + \binom{6}{6}$ et interpréter le résultat. Reprendre enfin la question 5.3 pour dix lancers et exactement cinq P (arrondir à 10^{-3}).

Exercice 6 Le triangle de Pascal en Python



La fonction `ligne_suivante` doit renvoyer la ligne $n + 1$ du triangle de Pascal lorsqu'on lui donne la ligne n , écrite sous forme de liste ; la fonction `triangle` doit renvoyer la ligne n du triangle.

- 6.1** Recopier et compléter les lignes 4 et 11 du programme ci-contre. Quelle propriété du cours la ligne 4 traduit-elle ?
- 6.2** Que renvoie l'appel `ligne_suivante([1, 3, 3, 1])` ? Que renvoie `triangle(6)` ?
- 6.3** Quelle instruction utilisant `triangle` renvoie $\binom{12}{5}$? Donner la valeur de ce coefficient.
- 6.4** Écrire une instruction qui affiche la somme des coefficients de `triangle(10)`, et prévoir sans machine le résultat affiché.

```

1 def ligne_suivante(L):
2     M = [1]
3     for k in range(len(L) - 1):
4         M.append(...)
5     M.append(1)
6     return M
7
8 def triangle(n):
9     L = [1]
10    for i in range(n):
11        L = ...
12    return L

```