

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE · CHAPITRE 11



R. RINGUET · 2026 – 2027

# Contrôle A Combinatoire et dénombrement

QCM, mots de passe, délégation, coefficients binomiaux, parties et triangle de Pascal

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : ..... Prénom : ..... Classe : ..... Note : ..... / 20

## ★ CONSIGNES

Tout dénombrement doit être justifié : on précisera le modèle utilisé ( $k$ -uplet, arrangement, permutation ou combinaison) et l'on écrira le calcul avant de donner le résultat. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification. Les probabilités seront calculées dans une situation d'équiprobabilité, sous la forme  $\text{Card}(A) / \text{Card}(\Omega)$ . La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

## Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1 Le nombre de 3-uplets d'un ensemble à 5 éléments est égal à :  
a) 15                      b) 60                      c) 125                      d) 243
- 1.2 Le nombre de parties d'un ensemble à 7 éléments est égal à :  
a) 14                      b) 49                      c) 128                      d) 5040
- 1.3 Le coefficient binomial  $\binom{10}{2}$  est égal à :  
a) 20                      b) 45                      c) 90                      d) 100
- 1.4 Le nombre de façons de ranger côte à côte 5 livres tous différents sur une étagère est :  
a) 10                      b) 25                      c) 120                      d) 3125
- 1.5 Une urne contient 9 jetons numérotés de 1 à 9; on en tire 3 l'un après l'autre, sans remise, et on note les numéros dans l'ordre obtenu. Le nombre de résultats possibles est :  
a) 27                      b) 84                      c) 504                      d) 729

## Exercice 2 Les mots de passe

4 pts ●●○○

Un site impose des mots de passe de 8 caractères, chacun choisi parmi les 26 lettres minuscules de l'alphabet et les 10 chiffres.

- 2.1 Combien de mots de passe différents peut-on former ?
- 2.2 Combien n'utilisent que des lettres ? En déduire le nombre de mots de passe contenant au moins un chiffre.
- 2.3 Combien sont formés de 8 caractères deux à deux distincts ? Parmi tous les mots de passe (caractères répétés ou non), combien commencent par une lettre et se terminent par un chiffre ?
- 2.4 Un logiciel malveillant teste un milliard de mots de passe par seconde. Combien de temps lui faut-il pour tous les essayer ? Donner le résultat en minutes, arrondi à l'unité.
- 2.5 Le site impose finalement 10 caractères au lieu de 8. Par combien le nombre de mots de passe possibles est-il multiplié ?

### Exercice 3 Une délégation

5 pts ●●○

Un club sportif compte 18 adhérents : 10 juniors et 8 seniors. Il doit envoyer une délégation de 4 adhérents à une assemblée générale.

- 3.1** Combien de délégations différentes peut-on constituer ?
- 3.2** Combien de délégations comportent exactement 2 juniors et 2 seniors ?
- 3.3** Combien de délégations comportent au moins un senior ?
- 3.4** La délégation est finalement tirée au sort, toutes les délégations étant équiprobables. Déterminer la probabilité qu'elle comporte exactement 2 juniors, puis celle qu'elle comporte au moins un senior. Donner les valeurs exactes sous forme de fractions irréductibles, puis les arrondis à  $10^{-3}$ .
- 3.5** Au sein de la délégation, on attribue ensuite quatre rôles distincts (porte-parole, secrétaire, trésorier, archiviste), un par adhérent. Combien de délégations « avec rôles » peut-on former au total ?
- 3.6** Le club désigne enfin deux suppléants, choisis parmi les 14 adhérents qui ne font pas partie de la délégation. Sans tenir compte des rôles de la question 3.5, combien de constitutions complètes « délégation + suppléants » sont possibles ?

### Exercice 4 Coefficients binomiaux, parties et triangle de Pascal

6 pts ●○○

- 4.1 Calculer  $6!$ ,  $9!/6!$ ,  $\binom{9}{3}$  et  $\binom{15}{13}$  (on justifiera le dernier calcul par la symétrie).
- 4.2 Résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $\binom{n}{2} = 45$ .
- 4.3 Soit  $E$  un ensemble à 6 éléments. Combien  $E$  possède-t-il de parties ? Combien de parties à 2 éléments ? à 4 éléments ? Quelle propriété retrouve-t-on ainsi ?
- 4.4 Combien de parties de  $E$  comportent au plus 2 éléments ? On choisit ensuite une partie de  $E$  au hasard, toutes les parties étant équiprobables : quelle est la probabilité qu'elle comporte exactement 3 éléments (fraction irréductible) ?
- 4.5 Recopier et compléter les deux dernières lignes du triangle de Pascal de la figure 1, en utilisant uniquement la relation de Pascal.
- 4.6 En déduire  $\binom{8}{3}$ , puis vérifier que la somme des neuf nombres de la ligne  $n = 8$  est égale à  $2^8$ . Quelle propriété du cours retrouve-t-on ainsi ?

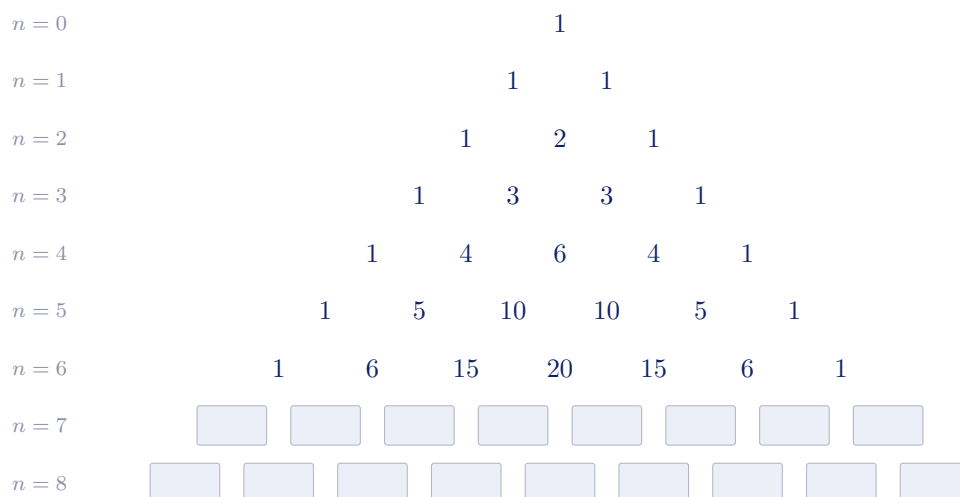


Figure 1 — Le triangle de Pascal, à compléter