

TERMINALE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · ANALYSE · CHAPITRE 10



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle A Calcul intégral

Calcul d'intégrales, propriétés, aire entre deux courbes, valeur moyenne d'une puissance

Durée : 1 h · calculatrice autorisée · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

Tout calcul d'intégrale doit être justifié : la primitive utilisée sera précisée et, le cas échéant, la forme reconnue. Les résultats exacts seront donnés sous leur forme la plus simple et les valeurs approchées avec la précision demandée, accompagnées de leur unité. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1.1 Le nombre $\int_0^2 (3x^2 + 1) dx$ est égal à :

- a) 8 b) 10 c) 12 d) 14

1.2 La valeur moyenne de la fonction $f : x \mapsto 2x$ sur l'intervalle $[1; 3]$ est égale à :

- a) 2 b) 4 c) 8 d) 16

1.3 Soit f continue sur $[1; 4]$ telle que $\int_1^4 f(x) dx = 7$ et $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Alors $\int_2^4 f(x) dx$ est égal à :

- a) -4 b) 4 c) 10 d) 21

1.4 Le nombre $\int_0^1 e^{-2x} dx$ est égal à :

- a) $\frac{1 - e^{-2}}{2}$ b) $\frac{e^{-2} - 1}{2}$ c) $1 - e^{-2}$ d) $2(1 - e^{-2})$

1.5 Soit f une fonction continue sur $[0; 3]$ telle que $1 \leq f(x) \leq 4$ pour tout $x \in [0; 3]$. Alors $\int_0^3 f(x) dx$ appartient nécessairement à l'intervalle :

- a) $[1; 4]$ b) $[0; 3]$ c) $[3; 12]$ d) $[4; 12]$

Exercice 2 Quatre intégrales

4 pts ●○○○

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes.

2.1 $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 2) dx$

2.2 $\int_1^3 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$

2.3 $\int_0^2 x e^{x^2} dx$

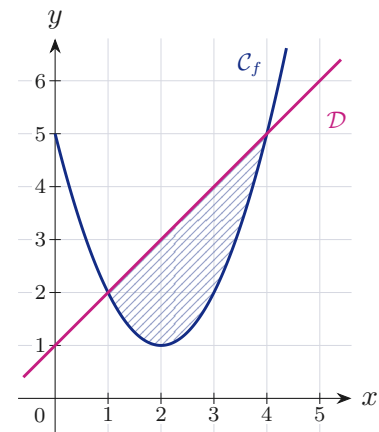
2.4 $\int_1^2 \frac{2x+3}{x} dx$ (on commencera par écrire $\frac{2x+3}{x}$ sous la forme $2 + \frac{3}{x}$)

Exercice 3 Une aire entre deux courbes

5 pts ●●○

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 5$ et $g(x) = x + 1$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe de f et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = x + 1$, tracées figure 1 (réduite) dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. Le domaine hachuré est compris entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$.

- 3.1 Lire sur la figure les abscisses des deux points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{D}$, puis les retrouver par le calcul.
- 3.2 Étudier le signe de $g(x) - f(x)$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{D}$.
- 3.3 Calculer l'aire du domaine hachuré en unités d'aire, puis en cm^2 .
- 3.4 Calculer la valeur moyenne de f sur $[1; 4]$. Vérifier que ce résultat est cohérent avec la figure.

Figure 1 — Le domaine compris entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$

Exercice 4 La consommation électrique d'un atelier

6 pts ●●○

Un atelier démarre sa production à 8 h. La puissance électrique qu'il appelle, en kilowatts, est modélisée pour $t \geq 0$ (en heures depuis 8 h) par

$$p(t) = 2 + 1,5e^{-0,2t}.$$

L'énergie consommée entre les instants t_1 et t_2 , en kilowattheures, est égale à $\int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$.

- 4.1 Étudier les variations de p sur $[0; +\infty[$ et déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t)$. Interpréter cette limite dans le contexte.
- 4.2 Vérifier que la fonction E définie sur $[0; +\infty[$ par $E(t) = 2t - 7,5e^{-0,2t}$ est une primitive de p .
- 4.3 Calculer l'énergie consommée par l'atelier pendant les 10 h qui suivent le démarrage : valeur exacte, puis arrondi à 10^{-2} .
- 4.4 En déduire la puissance moyenne appelée sur cette période, arrondie à 10^{-2} . Comparer cette puissance moyenne à $p(10)$ et commenter.
- 4.5 L'abonnement souscrit devient avantageux dès que la puissance appelée descend au-dessous de 2,1 kW. Déterminer, par le calcul, à partir de quel instant c'est le cas : valeur exacte, puis arrondi à 10^{-2} . À quelle heure de la journée cela correspond-il (à la minute près) ?
- 4.6 Dans le repère ci-dessous (à rendre avec la copie), tracer l'asymptote en pointillés puis l'allure de $\mathcal{C}_p$, et hachurer le domaine dont l'aire représente l'énergie de la question 4.3.

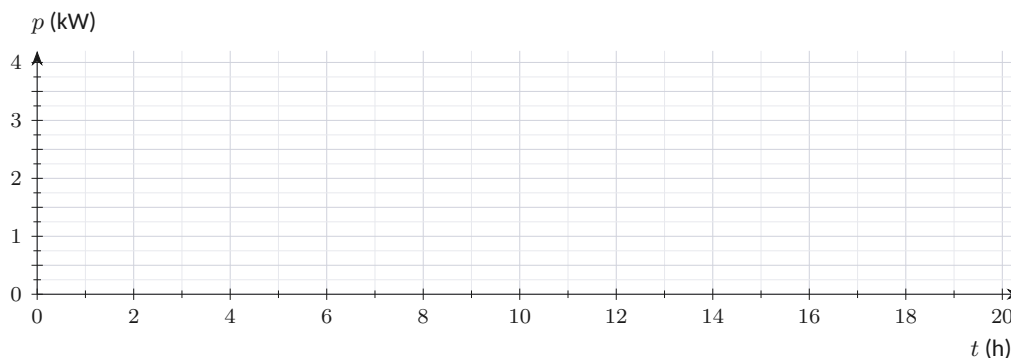


Figure 2 — Repère à compléter