

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 5

Contrôle A Vecteurs

Compléments : déterminant, combinaison de deux vecteurs, milieu, translation

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 5 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Les cinq exercices sont indépendants. Tout résultat non justifié ne donnera aucun point : vous devez indiquer votre démarche. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.) On donne $A(-3; 3)$ et $B(5; 1)$.

- | | |
|--|--|
| a) Donner les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$. | b) Donner les coordonnées du milieu I de $[AB]$. |
| c) Calculer $\det(\vec{u}; \vec{v})$ pour $\vec{u}(3; -1)$ et $\vec{v}(-6; 2)$. | d) Les vecteurs $\vec{u}(2; 5)$ et $\vec{v}(3; 7)$ sont-ils colinéaires ? |
| e) Simplifier $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} - \overrightarrow{RT}$. | f) Calculer la norme du vecteur $\vec{u}(-3; 4)$. |
| g) I est le milieu de $[AB]$: compléter $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \dots$ | h) Donner l'image de $M(2; -5)$ par la translation de vecteur $\vec{u}(-3; 4)$. |

Exercice 2 Déterminant, alignement et parallélisme

4 pts ●○○○

On considère les points $A(-2; -1)$, $B(1; 1)$, $C(7; 5)$ et $D(3; 4)$.

- | | |
|--|--------|
| 2.1 Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$, puis calculer $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$. | 1 pt |
| 2.2 Qu'en déduit-on pour les points A , B et C ? | 0,5 pt |
| 2.3 Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes. | 1 pt |
| 2.4 Déterminer le réel m pour que les points A , B et $E(m; 7)$ soient alignés. | 1,5 pt |

Exercice 3 Décomposer un vecteur

4 pts ●●○○

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{s}$ sont représentés sur la figure 1.

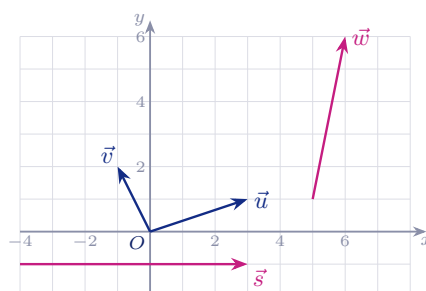


Figure 1 — Quatre vecteurs du plan

- 3.1** Lire sur la figure les coordonnées des quatre vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{s}$. 1 pt
- 3.2** Calculer $\det(\vec{u}; \vec{v})$ et justifier que $(\vec{u}; \vec{v})$ est une base du plan. 0,5 pt
- 3.3** Par lecture graphique, exprimer $\vec{w}$ puis $\vec{s}$ sous la forme $a\vec{u} + b\vec{v}$ avec a et b entiers; vérifier chaque réponse par un calcul de coordonnées. 1 pt
- 3.4** Déterminer par le calcul les réels a et b tels que $\vec{t} = a\vec{u} + b\vec{v}$, où $\vec{t}(7; 7)$. On écrira les deux égalités de coordonnées, puis on exprimera b en fonction de a . 1,5 pt

Exercice 4 Milieux et parallélogramme

4 pts ●●○

On considère les points $A(-1; 5)$, $B(5; -1)$ et $C(7; 3)$.

- 4.1** Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$, puis vérifier que $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$. 1 pt
- 4.2** Soit J le milieu de $[BC]$. Calculer ses coordonnées, puis démontrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AC}$. Qu'en déduit-on pour les droites (IJ) et (AC) ? 1 pt
- 4.3** Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, c'est-à-dire tel que $\vec{AB} = \vec{DC}$, puis vérifier que les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu. 1 pt
- 4.4** Déterminer les coordonnées du point M tel que $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$. Le point M appartient-il à la droite (IJ) ? Justifier. 1 pt

Exercice 5 Un même résultat par deux méthodes

4 pts ●●○

$ABCD$ est un parallélogramme. On note E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[CD]$. On veut démontrer que les droites (EF) et (BD) sont parallèles.

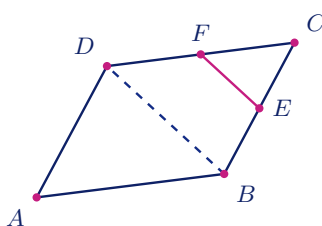


Figure 2 — Le parallélogramme $ABCD$ et les milieux E et F (figure à main levée)

Partie A — méthode repérée

On donne $A(-3; -1)$, $B(3; 1)$ et $C(5; 5)$.

- 5.1** Déterminer les coordonnées du point D . 1 pt
- 5.2** Calculer les coordonnées de E et de F . 1 pt
- 5.3** Calculer les coordonnées de $\vec{EF}$ et de $\vec{BD}$, puis conclure à l'aide d'un déterminant. 1 pt

Partie B — méthode vectorielle

- 5.4** En écrivant $\vec{EF} = \vec{EC} + \vec{CF}$, démontrer que $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{BD}$ sans utiliser de coordonnées. Conclure. 1 pt

Exercice 6 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Un tournoi de badminton réunit 73 joueurs. À chaque match, le perdant est éliminé et le gagnant continue; il n'y a pas de match nul. Combien de matchs faut-il organiser en tout pour désigner le vainqueur? Justifier la réponse sans faire la liste des tours.