

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 9



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 1 Variations et extremums

Les bases : sens de variation, tableau de variations, extremums, taux d'accroissement, fonctions de référence

6 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 1 h 30 · sans calculatrice

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Utiliser la définition d'une fonction croissante ou décroissante pour **comparer deux images sans les calculer** et pour déterminer l'image d'un intervalle.
- Lire un tableau de variations, en construire un, déterminer le maximum, le minimum et la valeur en laquelle il est atteint ; calculer le taux d'accroissement d'une fonction affine et démontrer les variations de la fonction carré.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

Soit f une fonction définie sur un **intervalle** I .

- f est **croissante** sur I lorsque, pour tous a et b de I , $a < b \implies f(a) \leq f(b)$: elle **conserve** l'ordre ; **décroissante** lorsque $a < b \implies f(a) \geq f(b)$: elle **inverse** l'ordre.
- f admet un **maximum** M sur I atteint en x_0 lorsque $f(x_0) = M$ et $f(x) \leq M$ pour tout x de I ; **minimum** : même définition avec $f(x) \geq m$.
- Fonction affine $f(x) = mx + p$: pour tous $a \neq b$, le **taux d'accroissement** $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ vaut m ; f est croissante sur $\mathbb{R}$ si $m > 0$, décroissante si $m < 0$, constante si $m = 0$.
- Carré et valeur absolue : décroissantes sur $] -\infty ; 0]$, croissantes sur $[0 ; +\infty[$, minimum 0. Inverse : décroissante sur $] -\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$, mais pas sur leur réunion.

Exercice 1 Lire un tableau de variations

●○○

La température T relevée dans une ville, en degrés Celsius, est une fonction de l'heure t , avec $t \in [0 ; 24]$. Son tableau de variations est donné ci-contre.

t	0	5	14	20	24
$T(t)$	8	3	21	12	15

Tableau 1 — Températures de la journée

- 1.1 Sur quels intervalles la température est-elle croissante ? décroissante ? Donner le maximum et le minimum de T sur $[0 ; 24]$, ainsi que les heures auxquelles ils sont atteints.
- 1.2 Comparer, **sans calcul et en justifiant par le sens de variation** : $T(6)$ et $T(9)$; $T(2)$ et $T(4)$; $T(16)$ et $T(18)$. Peut-on comparer $T(16)$ et $T(22)$?
- 1.3 Combien de fois la température a-t-elle valu 10°C ? 13°C ? Déterminer enfin l'image de $[5 ; 14]$ par T , c'est-à-dire l'intervalle décrit par $T(t)$ lorsque t décrit $[5 ; 14]$.

Exercice 2 Construire un tableau de variations

●○○

Une étape cycliste est longue de 42 km ; $a(x)$ désigne l'altitude, en mètres, au kilomètre x . Au départ $a(0) = 150$; l'altitude augmente jusqu'au kilomètre 12 où elle atteint 980 m, diminue jusqu'au kilomètre 25 où elle vaut 410 m, reste constante jusqu'au kilomètre 30, puis augmente jusqu'à l'arrivée, à 1 250 m.

- 2.1 Dresser le tableau de variations de a sur $[0 ; 42]$, puis donner son maximum et son minimum ainsi que les kilomètres où ils sont atteints.

- 2.2** Comparer, lorsque c'est possible et en justifiant : $a(5)$ et $a(10)$; $a(15)$ et $a(22)$; $a(26)$ et $a(29)$; $a(20)$ et $a(35)$. Un panneau indique « altitude 700 m » : combien de fois le coureur passe-t-il à cette altitude ?

Exercice 3 Comparer des images sans les calculer

●○○

Comparer les deux nombres proposés en utilisant le sens de variation d'une fonction de référence, sur le modèle : « la fonction ... est ... sur l'intervalle ..., et ..., donc ... ». **Pour les deux derniers items**, le sens de variation ne suffit pas : expliquer pourquoi, puis comparer par un autre raisonnement.

- a) $3,7^2$ et $4,2^2$ b) $(-5,8)^2$ et $(-5,3)^2$ c) $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{9}$ d) $\frac{1}{-11}$ et $\frac{1}{-4}$
 e) $|-6,1|$ et $|-5,4|$ f) $\frac{1}{0,2}$ et $\frac{1}{0,25}$ g) $|-0,9|$ et $|-0,09|$ h) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ et $\left(\frac{3}{4}\right)^2$
 i) $\frac{1}{-2}$ et $\frac{1}{3}$ j) $(-1,2)^2$ et $0,9^2$

En utilisant de la même façon le sens de variation, déterminer l'image de l'intervalle $[2; 5]$ par la fonction carré, celle de $[-3; -1]$ par la fonction inverse, puis celle de $[-2; 4]$ par la fonction valeur absolue.

Exercice 4 Taux d'accroissement d'une fonction affine

●○○

- 4.1** Dans chaque cas, la fonction est affine. Calculer son taux d'accroissement, puis donner son sens de variation sur $\mathbb{R}$.
 a) $f(2) = 5$ et $f(6) = 13$ b) $g(-1) = 7$ et $g(3) = -5$
 c) $h(0) = 4$ et $h(5) = 4$ d) $k(-2) = -1$ et $k(4) = 8$
- 4.2** Déterminer l'expression de $f(x)$, puis celle de $g(x)$.
- 4.3** Une fonction v vérifie $v(-2) = 11$, $v(1) = 2$, $v(3) = -4$ et $v(6) = -14$. La fonction v peut-elle être affine ? Justifier par un calcul de taux d'accroissement.

Exercice 5 Démonstration : les variations de la fonction carré

●●○

Soit f la fonction carré, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soient a et b deux réels tels que $a < b$.

- 5.1** Vérifier que $f(b) - f(a) = (b - a)(b + a)$. On suppose que $0 \leq a < b$. Donner le signe de $b - a$, puis celui de $b + a$; en déduire le signe de $f(b) - f(a)$, puis le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$. Reprendre la même démarche lorsque $a < b \leq 0$ et conclure sur $] -\infty; 0]$.
- 5.2** Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ et préciser son minimum. La fonction f est-elle croissante sur $\mathbb{R}$? Justifier par un contre-exemple.

Exercice 6 Un bénéfice maximal

●●○

Une entreprise fabrique et vend x centaines d'objets, avec $1 \leq x \leq 13$. Son bénéfice, en milliers d'euros, est noté $B(x)$; la courbe de B est tracée ci-contre.

- 6.1** Dresser, par lecture graphique, le tableau de variations de B sur $[1; 13]$. Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice, en euros ?
- 6.2** Déterminer graphiquement l'ensemble des productions pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice strictement positif.
- 6.3** Comparer $B(3)$ et $B(5)$ en utilisant uniquement le sens de variation. Peut-on comparer de la même façon $B(4)$ et $B(11)$?
- 6.4** On admet que $B(x) = -x^2 + 14x - 24$. Montrer que $25 - B(x) = (x - 7)^2$, puis en déduire que $B(x) \leq 25$ pour tout x de $[1; 13]$, l'égalité n'ayant lieu que pour $x = 7$.

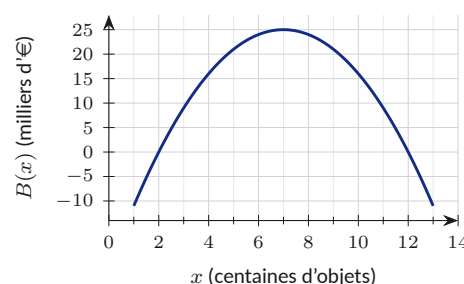


Figure 1 — Bénéfice et quantité produite