

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 9

Contrôle A Variations et extremums

Automatismes, tableau de variations, taux d'accroissement, variations de la fonction inverse, audience

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 5 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les cinq exercices sont indépendants. Sauf dans l'exercice 1, tout résultat non justifié ne donnera aucun point : vous devez indiquer votre démarche. Lorsqu'une comparaison est demandée, la justification doit s'appuyer sur un **sens de variation** et non sur une valeur calculée. L'exercice 4 est une démonstration de cours : la qualité de la rédaction y est particulièrement prise en compte. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) f affine, $f(1) = 3$ et $f(4) = 12$: donner son taux d'accroissement. b) Donner le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de la fonction g définie par $g(x) = -5x + 2$.
- c) Comparer $4,2^2$ et $4,7^2$. d) Comparer $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{6}$.
- e) Comparer $|-9|$ et $|-7|$. f) Une fonction h est croissante sur $[0 ; 10]$: comparer $h(2)$ et $h(7)$.
- g) Donner le sens de variation de la fonction carré sur $]-\infty ; 0]$. h) Le maximum d'une fonction u sur $[-3 ; 5]$ vaut 6 et est atteint en $x = 1$: traduire cette phrase par une égalité et une inégalité.

Exercice 2 Lecture d'un tableau de variations

4 pts ●○○○

On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 7]$.

- 2.1 Donner les intervalles sur lesquels f est croissante, puis ceux sur lesquels elle est décroissante. **1 pt**

x	-5	-2	2	7
$f(x)$	4	-3	6	-1

Tableau 1 — Variations de f

- 2.2 Donner le maximum et le minimum de f sur $[-5 ; 7]$, ainsi que les valeurs en lesquelles ils sont atteints. **1 pt**
- 2.3 Comparer, **lorsque c'est possible**, les nombres suivants ; justifier chaque réponse, y compris lorsque la comparaison est impossible. **1,5 pt**
- a) $f(-4)$ et $f(-3)$ b) $f(0)$ et $f(1)$
- c) $f(3)$ et $f(5)$ d) $f(-1)$ et $f(4)$
- 2.4 Combien de solutions l'équation $f(x) = 2$ admet-elle dans $[-5 ; 7]$? Justifier. **0,5 pt**

Exercice 3 Deux salles d'escalade

4 pts ●●○

La salle **Vertic** fait payer un abonnement annuel de 18 €, puis 4 € par séance. La salle **Bloc'up** fait payer un abonnement annuel de 42 €, puis 2 € par séance. Pour x séances effectuées dans l'année, on note $T(x)$ le prix payé à **Vertic** et $U(x)$ le prix payé à **Bloc'up**, en euros.

- 3.1 Exprimer $T(x)$ et $U(x)$ en fonction de x . Calculer $T(5)$ et $U(5)$. 1 pt
- 3.2 Calculer $\frac{T(12) - T(5)}{12 - 5}$. Comment appelle-t-on ce nombre ? Que représente-t-il concrètement pour un client de **Vertic** ? 1 pt
- 3.3 Donner, sans calcul supplémentaire, le taux d'accroissement de U , puis le sens de variation de T et de U sur $[0; +\infty[$. 1 pt
- 3.4 Résoudre l'inéquation $U(x) < T(x)$. À partir de combien de séances par an la salle **Bloc'up** est-elle la plus économique ? 1 pt

Exercice 4 Démonstration : les variations de la fonction inverse

4 pts ●●○

Soit f la fonction inverse, définie pour tout réel x non nul par $f(x) = \frac{1}{x}$. Soient a et b deux réels tels que $0 < a < b$.

- 4.1 Démontrer que $f(b) - f(a) = \frac{a - b}{ab}$. 1,5 pt
- 4.2 Déterminer le signe de $a - b$, puis celui de ab . En déduire le signe de $f(b) - f(a)$. 1,5 pt
- 4.3 Conclure : quel est le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$? 0,5 pt
- 4.4 On admet que f est également décroissante sur $] -\infty; 0[$. En calculant $f(-2)$ et $f(3)$, montrer que f n'est pourtant pas décroissante sur $] -\infty; 0[\cup]0; +\infty[$. 0,5 pt

Exercice 5 Audience d'une émission

4 pts ●●○

Une émission est diffusée de 20 h à 23 h. On note $A(t)$ l'audience, en milliers de téléspectateurs, où t désigne le nombre de minutes écoulées depuis 20 h ; ainsi $t \in [0; 180]$. On sait que :

- au début de l'émission, l'audience est de 120 milliers de téléspectateurs ;
- l'audience augmente jusqu'à $t = 45$, où elle atteint 480 ;
- elle diminue ensuite jusqu'à $t = 90$, où elle vaut 300 ;
- elle augmente de nouveau jusqu'à $t = 150$, où elle atteint 540 ;
- elle diminue enfin jusqu'à la fin de l'émission, où elle vaut 200.

- 5.1 Dresser le tableau de variations de A sur $[0; 180]$. 1,5 pt
- 5.2 Donner le maximum et le minimum de A sur $[0; 180]$, puis préciser l'heure à laquelle chacun est atteint. 1 pt
- 5.3 Comparer, lorsque c'est possible : $A(20)$ et $A(30)$; $A(60)$ et $A(80)$; $A(100)$ et $A(160)$. 1 pt
- 5.4 Calculer le taux d'accroissement de A entre $t = 0$ et $t = 45$, puis l'interpréter en précisant son unité. 0,5 pt

Exercice 6 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Dans un tournoi d'échecs, chaque joueur rencontre exactement une fois chacun des autres joueurs. À la fin du tournoi, 45 parties ont été jouées. Combien y avait-il de joueurs ? Justifier.