

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 13



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle A

Probabilités conditionnelles et arbres pondérés

Compléments — automatismes, tableau croisé, arbre pondéré, tirages sans remise, test de dépistage

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 4 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les quatre exercices sont indépendants. Tout résultat non justifié ne donnera aucun point : vous devez indiquer votre démarche. Les probabilités sont données sous forme exacte (fraction irréductible ou nombre décimal) et les arbres pondérés doivent être entièrement légendés. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) $P(A) = 0,4$ et $P_A(B) = 0,5$: calculer $P(A \cap B)$. b) $P(A) = 0,3$ et $P(A \cap B) = 0,12$: calculer $P_A(B)$.
- c) $P_A(B) = 0,7$: calculer $P_A(\overline{B})$. d) Sur un arbre, une branche issue d'un nœud porte 0,35 ; que porte l'autre branche issue de ce nœud ?
- e) Dans un groupe de 60 personnes, 24 portent des lunettes ; parmi elles, 6 sont gauchères. Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard parmi les porteurs de lunettes soit gauchère ? f) Un sac contient 3 boules rouges et 5 boules bleues. On tire une boule : elle est rouge. On ne la remet pas. Quelle est la probabilité que la deuxième boule tirée soit rouge ?
- g) Traduire par une notation : « la probabilité qu'un élève soit externe sachant qu'il est en Seconde », avec E : « l'élève est externe » et S : « l'élève est en Seconde ». h) Vrai ou faux : la probabilité d'un chemin d'un arbre pondéré est le produit des probabilités des branches qui le composent.

Exercice 2 Musique et sport au lycée

5 pts ●○○

On interroge les 300 élèves d'un lycée. Parmi eux, 120 pratiquent un instrument de musique, 90 sont inscrits à l'association sportive, et 45 font les deux. On choisit un élève au hasard ; on note M : « l'élève pratique un instrument de musique » et S : « l'élève est inscrit à l'association sportive ».

2.1 Recopier et compléter le tableau croisé des effectifs ci-dessous.

1,5 pt

	S	$\overline{S}$	Total
M			
$\overline{M}$			
Total			300

2.2 Calculer $P(M)$, $P(S)$ et $P(M \cap S)$ sous forme de fractions irréductibles.

1 pt

2.3 En déduire $P(M \cup S)$. Traduire cet événement par une phrase.

1 pt

- 2.4 Calculer $P_M(S)$, puis $P_S(M)$, sous forme de fractions irréductibles. 1 pt
- 2.5 Les deux nombres précédents sont différents : expliquer, en une phrase pour chacun, ce que chacun représente. 0,5 pt

Exercice 3 Deux jetons tirés sans remise

5 pts ●●○

Un sac contient 6 jetons indiscernables au toucher : 4 jetons verts et 2 jetons jaunes. On tire successivement deux jetons, **sans remettre** le premier dans le sac.

- 3.1 Sachant que le premier jeton tiré est vert, quelle est la probabilité que le second le soit aussi ? Justifier en précisant la composition du sac avant le second tirage. 1 pt
- 3.2 Construire l'arbre pondéré décrivant les deux tirages ; les six probabilités doivent apparaître sur les branches. 1,5 pt
- 3.3 Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons verts, puis celle d'obtenir deux jetons jaunes. 1 pt
- 3.4 Montrer que la probabilité d'obtenir un jeton de chaque couleur est $\frac{8}{15}$, puis vérifier que les trois probabilités obtenues ont pour somme 1. 1 pt
- 3.5 Calculer la probabilité que le second jeton tiré soit vert (on additionnera les probabilités des chemins qui mènent à cet événement). 0,5 pt

Exercice 4 Un test dans une pépinière

6 pts ●●○

Une pépinière possède 1 000 jeunes plants, dont 10 % sont atteints d'une maladie du feuillage. Un test rapide est effectué sur chacun des plants. Ce test est positif chez 80 % des plants malades ; il est aussi positif chez 10 % des plants sains. On choisit un plant au hasard ; on note M : « le plant est malade » et T : « son test est positif ».

- 4.1 Traduire les trois données de l'énoncé par $P(M)$, $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}(T)$. 1 pt
- 4.2 Construire l'arbre pondéré de la situation, en commençant par les branches M et $\overline{M}$. 1,5 pt
- 4.3 Calculer le nombre de plants malades, puis le nombre de plants dont le test est positif parmi les plants malades et parmi les plants sains. Recopier et compléter le tableau croisé des effectifs ci-dessous. 1,5 pt

	T	$\overline{T}$	Total
M			
$\overline{M}$			
Total			1 000

- 4.4 Montrer que $P(T) = 0,17$. 1 pt
- 4.5 Calculer $P_T(M)$ sous forme de fraction irréductible et montrer que ce nombre est inférieur à $\frac{1}{2}$. 0,5 pt
- 4.6 Le vendeur affirme : « le test détecte 80 % des plants malades, donc un plant dont le test est positif est malade dans 80 % des cas ». Expliquer en deux ou trois lignes pourquoi cette affirmation est fausse. 0,5 pt

Exercice 5 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Trois boîtes fermées et opaques contiennent des billes : l'une contient deux billes rouges, une autre deux billes vertes, la dernière une bille rouge et une bille verte. Une étiquette est collée sur chaque boîte : « RR », « VV » et « RV », mais, par erreur, **aucune** des trois étiquettes ne correspond au contenu de la boîte sur laquelle elle est collée. On tire une bille d'une seule boîte, sans regarder à l'intérieur. De quelle boîte faut-il la tirer pour être certain de retrouver ensuite le contenu exact des trois boîtes ? Justifier.