

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 1



R. RINGUET · 2026 – 2027

Contrôle B

Nombres réels, intervalles et valeur absolue

Automatismes, vrai ou faux, intervalles et valeur absolue, irrationalité de $\sqrt{2}$, encadrements, balayage

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 6 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les six exercices sont indépendants. Sauf dans l'exercice 1, tout résultat non justifié ne donnera aucun point : détaillez votre raisonnement. Les ensembles de solutions sont écrits sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles (ou notés $\emptyset$) et les résultats sont donnés sous forme exacte. L'exercice 4 est une démonstration de cours : la qualité de la rédaction y est particulièrement prise en compte. La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

3 pts ●○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) Donner le plus petit des ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ b) Calculer $|2 - \sqrt{9}|$.
contenant $-\frac{14}{7}$.
- c) Déterminer $]-\infty; 5[\cap [0; 9]$. d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x| \leq 3$.
- e) Donner la troncature de 7,0492 à 10^{-2} . f) Donner l'arrondi de 7,0492 à 10^{-3} .

Exercice 2 Vrai ou faux

3 pts ●●○

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Si elle est vraie, la démontrer ; si elle est fausse, donner un contre-exemple. (1 point par item.)

- 2.1 Si un nombre est rationnel, alors c'est un nombre décimal.
- 2.2 La somme de deux nombres irrationnels est toujours un nombre irrationnel.
- 2.3 Si $|x - 5| \leq 2$, alors x est positif.

Exercice 3 Intervalles et valeur absolue

4 pts ●●○

- 3.1 Déterminer les ensembles suivants et les représenter sur une droite graduée. 1,5 pt
- a) $]-\infty; 3[\cap]-2; +\infty[$ b) $[-4; 1[\cup [1; 6]$
- c) $]0; 5[\cap [5; 9]$ d) $[-6; -2] \cup]-2; 3[$
- 3.2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes. 1,5 pt
- a) $|x + 3| > 2$ b) $|2x| \leq 8$ c) $|x - 7| < 0$ d) $|x - 1| \geq 4$
- 3.3 Déterminer les réels x dont la distance à -2 est égale à la distance à 6. Interpréter le résultat sur une droite graduée. 1 pt

Exercice 4 Démonstration : $\sqrt{2}$ est irrationnel

5 pts ●●●○

On veut démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel. On raisonne par l'absurde : on **suppose** qu'il existe deux entiers naturels non nuls p et q tels que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, la fraction $\frac{p}{q}$ étant **irréductible**.

- 4.1 Démontrer que le carré d'un entier impair est un entier impair. En déduire que si n^2 est pair, alors n est pair. 1 pt
- 4.2 Démontrer que $p^2 = 2q^2$. 1 pt
- 4.3 En déduire que p est pair. On peut alors écrire $p = 2k$, où k est un entier naturel. Démontrer que $q^2 = 2k^2$, puis que q est pair. 1,5 pt
- 4.4 Conclure. On expliquera clairement pourquoi le caractère irréductible de $\frac{p}{q}$ conduit à une contradiction. 1 pt
- 4.5 En déduire que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal. 0,5 pt

Exercice 5 Un terrain mesuré au décimètre près

3 pts ●●○

Un géomètre mesure un terrain rectangulaire : il annonce une longueur $L = 20,0$ m et une largeur $\ell = 10,0$ m, chaque mesure étant donnée à 0,1 m près.

- 5.1 Écrire les deux conditions à l'aide d'une valeur absolue, puis encadrer L et ℓ . Encadrer alors le périmètre du terrain. 1 pt
- 5.2 Le propriétaire dispose de 60 m de grillage. Est-il certain de pouvoir clôturer entièrement son terrain ? Justifier. 0,5 pt
- 5.3 Encadrer l'aire du terrain. 1 pt
- 5.4 Le propriétaire annonce « une aire de 200 m^2 ». Cette annonce est-elle compatible avec les mesures du géomètre ? Peut-on annoncer l'aire avec trois chiffres significatifs ? Justifier. 0,5 pt

Exercice 6 Encadrer $\sqrt{3}$ par balayage

2 pts ●●○

Le programme ci-contre, écrit en Python, doit renvoyer un encadrement de $\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux ayant n chiffres après la virgule.

- 6.1 Justifier, sans machine, que $1 < \sqrt{3} < 2$. 0,5 pt
- 6.2 Expliquer pourquoi la condition $k * k \leq 3 * 10^{2 * n}$ traduit exactement l'inégalité $\left(\frac{k}{10^n}\right)^2 \leq 3$. 0,5 pt
- 6.3 On donne $17^2 = 289$ et $18^2 = 324$. Que renvoient `balayage(0)` et `balayage(1)` ? Justifier. 0,5 pt
- 6.4 Quelle est l'amplitude de l'encadrement renvoyé par `balayage(n)` ? 0,5 pt

```

1 def balayage(n):
2     k = 0
3     while k * k <= 3 * 10 ** (2 * n):
4         k = k + 1
5     a = (k - 1) / 10 ** n
6     b = k / 10 ** n
7     return a, b

```

Programme 1 — Encadrement de $\sqrt{3}$ **Exercice 7 Question bonus (1 point, hors barème)**

●○○○

On écrit à la suite, sans espace ni séparateur, tous les entiers de 1 à 100 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ... 99 100. Combien de chiffres a-t-on écrits en tout ? Justifier.