

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 8



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 1 Fonctions de référence

Compléments : la fonction valeur absolue, positions relatives de $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$

4 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 1 h 30 · sans calculatrice

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Tracer la courbe de la fonction valeur absolue, dresser son tableau de variations, donner son signe.
- Résoudre *graphiquement* puis *par le calcul* $|x| = k$, $|x| < k$, $|x| > k$ et $|x - a| < r$.
- Construire point par point la courbe de $x \mapsto |x - a|$ ou de $x \mapsto |x| + b$ à partir de celle de $x \mapsto |x|$.
- Comparer x , x^2 et x^3 en étudiant le signe d'une différence ; encadrer l'image d'un nombre.
- *Rappels utiles* : $|a| = a$ si $a \geq 0$, $|a| = -a$ si $a < 0$; pour comparer les courbes d'équations $y = A(x)$ et $y = B(x)$, on étudie le **signe de** $A(x) - B(x)$.

Exercice 1 La fonction valeur absolue : courbe, variations, signe

●○○

On appelle **fonction valeur absolue** la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$; on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe.

- 1.1** Recopier et compléter : « pour $x \geq 0$, $f(x) = \dots$; pour $x < 0$, $f(x) = \dots$ » (f est définie *par morceaux*), puis le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
$f(x)$									

- 1.2** Placer ces points sur la **figure 1** et tracer $\mathcal{C}_f$. Justifier que $\mathcal{C}_f$ est formée de **deux demi-droites** de même origine : préciser cette origine, puis l'équation réduite de la droite portant chacune.
- 1.3** Recopier et compléter le **tableau 1**, puis donner le minimum de f sur $\mathbb{R}$ et la valeur en laquelle il est atteint.
- 1.4** Quel est le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$? En quelle valeur f s'annule-t-elle ? Expliquer, en observant $\mathcal{C}_f$, pourquoi l'équation $|x| = -2$ n'a pas de solution.

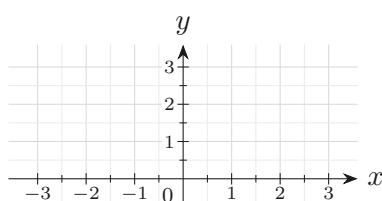


Figure 1 — Repère à compléter

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

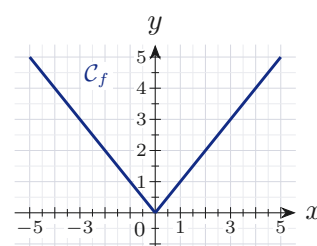
Tableau 1 — Variations de f , à compléter

Exercice 2 Résoudre, d'abord sur la courbe, puis par le calcul

●●○

La **figure 2** représente $\mathcal{C}_f$ sur $[-5; 5]$. Laisser apparents les traits de construction des lectures graphiques.

- 2.1** Lire l'image de -4 par f , puis les antécédents de 3 par f .
- 2.2** Résoudre *graphiquement* $|x| = 3$, puis $|x| = 0$, puis $|x| = -1$. Combien l'équation $|x| = k$ a-t-elle de solutions ? Distinguer trois cas selon le réel k .
- 2.3** Résoudre *graphiquement* sur $[-5; 5]$: $|x| < 2$, puis $|x| \geq 4$; donner chaque solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

Figure 2 — La courbe de $x \mapsto |x|$

- 2.4** Résoudre maintenant **par le calcul** dans $\mathbb{R}$; donner chaque ensemble solution sous la forme $S = \{\dots\}$, $S = \emptyset$ ou sous forme d'intervalle.
- a) $|x| = 7$ b) $|x| = 0$ c) $|x| = -5$ d) $|x| \leq 2,5$
e) $|x| > 3$ f) $|x - 5| < 2$ g) $|x + 6| \geq 1$ h) $|x| \geq 0$
- 2.5** Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |x| + 2$. Résoudre $g(x) = 9$, puis $g(x) < 5$, puis $g(x) = 1$, en se ramenant à chaque fois à une équation ou à une inéquation portant sur $|x|$.

Exercice 3 Deux courbes construites à partir de celle de $|x|$



Soient g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |x - 3|$ et $h(x) = |x| + 2$. La **figure 3** donne, en trait fin gris, la courbe C_f de la fonction valeur absolue.

- 3.1** Recopier et compléter les deux tableaux de valeurs ci-dessous.

x	0	1	2	3	4	5	6
$g(x)$							

x	-3	-2	-1	0	1	2
$h(x)$						

- 3.2** Placer les points obtenus sur la **figure 3**, tracer C_g puis C_h , et décrire pour chacune comment on passe de C_f à la courbe obtenue.
- 3.3** Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$, puis celui de h ; donner leur minimum et la valeur en laquelle il est atteint.
- 3.4** Résoudre graphiquement, puis retrouver par le calcul : $g(x) = 2$; $g(x) < 1$; $h(x) \geq 5$.
- 3.5** On suppose que $0 \leq x \leq 5$: encadrer $g(x)$ à l'aide de son tableau de variations. Pourquoi l'encadrement $g(0) \leq g(x) \leq g(5)$ serait-il faux ?

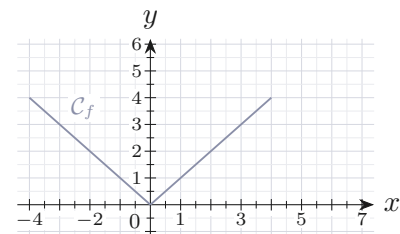


Figure 3 — Repère à compléter

Exercice 4 Qui est au-dessus ? $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$



La **figure 4** représente, sur $[0; 1,5]$, les courbes d'équations $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$.

- 4.1** Attribuer à chaque courbe son équation, en justifiant par une image bien choisie. Que représente le point A ?
- 4.2** Par lecture graphique, ranger x , x^2 et x^3 dans l'ordre croissant pour $x = 0,5$, puis pour $x = 1,1$.
- 4.3** Factoriser $x^2 - x$, dresser son tableau de signes sur $\mathbb{R}$, en déduire la position relative des courbes d'équations $y = x^2$ et $y = x$ sur $[0; +\infty[$, puis résoudre $x^2 \leq x$.
- 4.4** Factoriser $x^3 - x^2$ et justifier que, pour x non nul, son signe est celui de $x - 1$. Conclure de même pour $y = x^3$ et $y = x^2$, puis résoudre $x^3 \geq x^2$.
- 4.5** Ranger x , x^2 et x^3 en justifiant : si $0 < x < 1$, alors $\dots < \dots < \dots$; si $x > 1$, alors $\dots < \dots < \dots$.
- 4.6** Sur $\mathbb{R}$ tout entier. Vérifier que $x(x - 1)(x + 1) = x^3 - x$, compléter le **tableau 2**, résoudre $x^3 \geq x$ dans $\mathbb{R}$ (réunion de deux intervalles) et en déduire la position relative de $y = x^3$ et de $y = x$ sur $\mathbb{R}$.
- 4.7** Encadrements. On suppose $2 \leq x \leq 5$: encadrer x^2 , x^3 , $\frac{1}{x}$ et $\sqrt{x}$, en justifiant par un sens de variation.

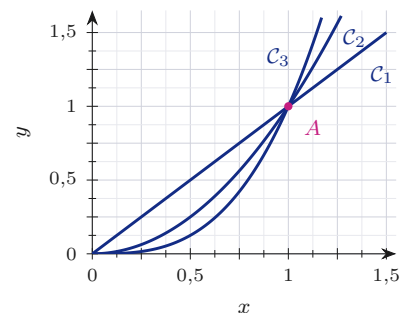


Figure 4 — Trois courbes sur $[0; 1,5]$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x					
$x - 1$					
$x + 1$					
$x^3 - x$					

Tableau 2 — Signe de $x^3 - x$, à compléter