

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 4

Contrôle A Équations et inéquations

Compléments : comparer deux quantités, équations et inéquations quotient, mise en inéquation

Durée : 1 h · calculatrice interdite · 5 exercices indépendants · barème sur 20 + 1 point bonus



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les cinq exercices sont indépendants. Sauf dans l'exercice 1, tout résultat non justifié ne donnera aucun point : indiquez votre démarche. Pour tout quotient, **l'ensemble de définition doit être donné avant de résoudre** ; les solutions s'écrivent en intervalles (ou $S = \{ \dots \}$, ou $S = \emptyset$). La question bonus, facultative, rapporte un point supplémentaire.

Exercice 1 Automatismes

4 pts ●○○○

Répondre à chaque question ; aucune démarche détaillée n'est attendue dans cet exercice. (0,5 point par item.)

- a) Résoudre $\frac{2x+1}{x-4} = 0$. b) Donner l'ensemble de définition de $\frac{3x}{x+5}$.
- c) On sait que $A - B = (x-1)^2$. Comparer A et B . d) $A = 12$ et $B = 15$: calculer $\frac{A}{B}$ (fraction irréductible) et comparer A et B .
- e) Résoudre $-3x + 6 > 0$ (réponse en intervalle). f) Comparer x et x^2 pour $x = 0,5$.
- g) Traduire par une inéquation : « le nombre y est au moins égal à 7 ». h) Le quotient $\frac{x-2}{x+3}$ peut-il valoir 1 ? Justifier en une ligne.

Exercice 2 Comparer deux quantités

4 pts ●○○○

2.1 Soit $A = (x+2)^2$ et $B = 4x+3$. Montrer que $A - B = x^2 + 1$, puis en déduire, pour tout réel x , laquelle des deux quantités est la plus grande. 1,5 pt

2.2 Soit $A = x^2 + 5$ et $B = 6x$.

- a) Vérifier que $A - B = (x-1)(x-5)$. 0,5 pt
- b) Recopier et compléter le tableau de signes ci-dessous. 1 pt

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$x - 1$				
$x - 5$				
$A - B$				

Figure 1 — Tableau de signes à compléter

- c) Conclure par une phrase : pour quelles valeurs de x a-t-on $A > B$? $A < B$? $A = B$? 0,5 pt

2.3 Comparer les deux fractions $\frac{5}{7}$ et $\frac{8}{11}$ en étudiant le signe de leur différence. 0,5 pt

Exercice 3 Équations et inéquation quotient

5 pts ●●○

Dans tout l'exercice, on donnera l'ensemble de définition avant de résoudre.

3.1 Résoudre l'équation $\frac{4x+1}{x-2} = 3$, puis vérifier la solution obtenue. 1,5 pt

3.2 Résoudre l'équation $\frac{2x-3}{x+1} = 2$ et conclure soigneusement. 1 pt

3.3 On veut résoudre l'inéquation $\frac{x+5}{x-1} \geq 2$.

a) Montrer que, pour tout x de l'ensemble de définition, $\frac{x+5}{x-1} - 2 = \frac{7-x}{x-1}$. 1 pt

b) Recopier et compléter le tableau de signes ci-dessous, sans oublier la double barre. 1 pt

x	$-\infty$	1	7	$+\infty$
$7-x$				
$x-1$				
$\frac{7-x}{x-1}$				

Figure 2 — Tableau de signes à compléter

c) En déduire l'ensemble des solutions, sous forme d'intervalle. 0,5 pt

Exercice 4 Quelle formule choisir ?

4 pts ●●○

Un club d'escalade propose deux formules pour l'année :

- **formule A** : une adhésion de 45 €, puis 2 € par séance ;
- **formule B** : aucune adhésion, mais 5 € par séance.

On note x le nombre de séances suivies dans l'année, x entier naturel.

4.1 Exprimer en fonction de x les prix payés $A(x)$ et $B(x)$ avec chacune des deux formules. 1 pt

4.2 Calculer $B(x) - A(x)$, puis étudier le signe de cette expression. 1,5 pt

4.3 Conclure par une phrase : à partir de combien de séances la formule A est-elle strictement plus avantageuse ? Que se passe-t-il pour 15 séances ? 1 pt

4.4 Avec un budget de 100 € et la formule A, combien de séances au maximum ? 0,5 pt

Exercice 5 Un massif d'au moins 55 m^2

3 pts ●●○

Un jardinier trace un massif rectangulaire de périmètre 32 m. On note x la longueur, en mètres, de l'un de ses côtés et $\mathcal{A}(x)$ son aire, en mètres carrés.

5.1 Justifier que l'autre côté du massif mesure $16 - x$ mètres, préciser les valeurs possibles de x , puis exprimer $\mathcal{A}(x)$. 0,5 pt

5.2 Démontrer que $\mathcal{A}(x) - 55 = -(x-5)(x-11)$. 1 pt

5.3 Résoudre $\mathcal{A}(x) \geq 55$ à l'aide d'un tableau de signes, puis conclure par une phrase : pour quelles valeurs de x l'aire est-elle d'au moins 55 m^2 ? 1,5 pt

Exercice 6 Question bonus (1 point, hors barème)

●○○

Dans une fratrie comptant des filles et des garçons, chaque fille a autant de frères que de sœurs, et chaque garçon a deux fois plus de sœurs que de frères. Combien cette fratrie compte-t-elle d'enfants ? Justifier.