

SECONDE · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 3

Fiche de cours

 Calcul littéral

L'essentiel du chapitre en deux pages

définitions · propriétés · méthodes · à savoir par cœur



R. RINGUET · 2026 - 2027

1 DÉVELOPPER, RÉDUIRE, FACTORISER

Définition. **Développer**, c'est transformer un produit en somme ; **factoriser**, c'est transformer une somme en produit ; **réduire**, c'est regrouper les termes semblables. Deux expressions sont **égales** lorsqu'elles prennent la même valeur pour toutes les valeurs des lettres.

Propriété — distributivité. Pour tous réels a, b, c, d, k : $k(a + b) = ka + kb$ et $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Méthode — choisir la bonne forme. la forme *développée* sert à calculer une image ou à réduire ; la forme *factorisée* sert à résoudre une équation produit ou à étudier un signe. Avant de factoriser, chercher d'abord un **facteur commun**, au besoin après avoir factorisé une partie de l'expression (identité remarquable, nombre mis en facteur).

2 LES IDENTITÉS REMARQUABLES

■ FORMULAIRE — À connaître dans les deux sens

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
- De gauche à droite on *développe* ; de droite à gauche on *factorise*. La différence de deux carrés se factorise toujours : $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$, $x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$.
- Une somme de deux carrés ne relève d'aucune identité : $x^2 + 4$ (strictement positif pour tout réel x) n'est pas un produit de facteurs du premier degré.

Remarque. Les lettres a et b peuvent désigner des expressions entières :

$$(x + 1)^2 - (2x + 5)^2 = ((x + 1) - (2x + 5))((x + 1) + (2x + 5)) = (-x - 4)(3x + 6).$$

3 FRACTIONS

■ FORMULAIRE — Les quatre règles, avec des dénominateurs non nuls (et $c \neq 0$ pour diviser par $\frac{c}{d}$)

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ (après mise au même dénominateur) ; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$; $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$; $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ pour $k \neq 0$ (simplification).
- $\frac{a}{b} = 0 \iff a = 0$ (et $b \neq 0$) ; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$ (produits en croix).

Méthode — réduire une expression fractionnaire. mettre au même dénominateur (le plus simple possible), développer et réduire le numérateur, puis simplifier après avoir factorisé. On ne simplifie que des **facteurs**, jamais des termes d'une somme.

4 PUISSANCES

Définition. Pour a réel et $n \in \mathbb{N}^*$: $a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$; pour $a \neq 0$: $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

■ FORMULAIRE — Règles de calcul ($a \neq 0, b \neq 0, m$ et n entiers relatifs)

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.
- **Écriture scientifique** d'un réel non nul : $a \times 10^p$ avec $1 \leq |a| < 10$ et $p \in \mathbb{Z}$. L'**ordre de grandeur** d'un réel strictement positif est, par convention, 10^p si $a < 5$ et 10^{p+1} si $a \geq 5$.
- $(-1)^n = 1$ si n est pair, -1 si n est impair : a^n est strictement positif si n est pair, du signe de a si n est impair.

5 RACINES CARRÉES

Définition. Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est l'unique nombre *positif* dont le carré vaut a . La racine carrée d'un nombre strictement négatif n'existe pas.

■ FORMULAIRE — Règles de calcul ($a \geq 0, b \geq 0$, et $b \neq 0$ pour le quotient)

- $(\sqrt{a})^2 = a$; $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; et, pour tout réel a , $\sqrt{a^2} = |a|$.
- Il n'y a aucune règle pour une somme : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (essayer $a = b = 4$ pour s'en convaincre).
- **Forme $a\sqrt{b}$** : on extrait le plus grand carré parfait, par exemple $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$.
- **Rendre le dénominateur entier** : multiplier le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{b}$, ou par l'expression *conjuguée* $c - \sqrt{b}$ lorsque le dénominateur est $c + \sqrt{b}$, pour faire apparaître $c^2 - b$.

6 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Développer et réduire une expression, y compris avec les identités remarquables et des coefficients fractionnaires.
- Factoriser : facteur commun, facteur commun apparaissant après une factorisation partielle, identité remarquable, différence de deux carrés.
- Additionner, multiplier, diviser et simplifier des fractions ; réduire une fraction étagée.
- Utiliser les règles sur les puissances, donner une écriture scientifique et un ordre de grandeur.
- Simplifier une expression avec des racines carrées, l'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, rendre un dénominateur entier.

7 EXEMPLES TYPES

★ EXEMPLE — développer puis réduire

$A = (2x - 3)^2 - (x + 1)(x - 4)$. On développe : $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ et $(x + 1)(x - 4) = x^2 - 3x - 4$. Donc $A = 4x^2 - 12x + 9 - x^2 + 3x + 4 = 3x^2 - 9x + 13$ (attention au signe devant la seconde parenthèse).

★ EXEMPLE — factoriser avec un facteur commun caché

$B = (x - 2)(3x + 1) + x^2 - 4$. On reconnaît $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$, d'où le facteur commun $(x - 2)$: $B = (x - 2)[(3x + 1) + (x + 2)] = (x - 2)(4x + 3)$.

★ EXEMPLE — fractions

$$C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{10}{15} - \frac{3}{15}}{\frac{7}{6}} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{6}} = \frac{7}{15} \times \frac{6}{7} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

★ EXEMPLE — racines et puissances

$$D = (1 - 2\sqrt{3})^2 - \sqrt{27} = 1 - 4\sqrt{3} + 4 \times 3 - 3\sqrt{3} = 13 - 7\sqrt{3}.$$

$$E = \frac{6 \times 10^{-3} \times (2 \times 10^5)^2}{8 \times 10^4} = \frac{6 \times 4}{8} \times 10^{-3+10-4} = 3 \times 10^3.$$

✗ PIÈGES

- $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$: le double produit $2ab$ ne s'oublie pas. De même $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $\frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.
- Un signe — devant une parenthèse change *tous* les signes qu'elle contient.
- On ne simplifie que par un facteur commun à *tout* le numérateur et à *tout* le dénominateur : $\frac{x+3}{3}$ ne se simplifie pas.
- $\sqrt{a^2} = |a|$, et non a : cette égalité n'est vraie sans valeur absolue que si $a \geq 0$.
- a^{-n} n'est pas un nombre négatif : $2^{-3} = \frac{1}{8} > 0$. Et $-3^2 = -9$ tandis que $(-3)^2 = 9$.