

Fiche de cours Physique quantique

Dualité onde-particule, fonction d'onde, inégalité de Heisenberg, modèle de Bohr

définitions · expériences fondatrices · ordres de grandeur · pièges

★ À RETENIR — Le statut de ce chapitre

Ce chapitre ne construit pas une théorie : il *questionne* la description classique du monde, à partir d'expériences réalisées depuis le début du XX^e siècle. L'approche est **avant tout qualitative** : évaluer des ordres de grandeur, interpréter des expériences, établir une inégalité *en ordre de grandeur*.

1 CE QUE LA PHYSIQUE CLASSIQUE NE SAIT PAS EXPLIQUER

Propriété — trois échecs. La mécanique newtonienne et l'électromagnétisme classique échouent sur trois faits expérimentaux : **(a)** l'énergie échangée entre lumière et matière ne l'est que par **quantités discrètes** proportionnelles à la fréquence (effet photoélectrique); **(b)** un faisceau de particules matérielles produit des figures d'**interférences** et de **diffraction** (électrons, neutrons, atomes, molécules); **(c)** les atomes sont **stables** et n'émettent que des **raies** discrètes, alors qu'une charge accélérée devrait rayonner continuellement.

Notation. Dans tout le chapitre, $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s est la constante de Planck et $\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,05 \times 10^{-34}$ J·s. L'électron-volt est l'unité d'énergie adaptée : $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}$ J.

2 LE PHOTON : ÉNERGIE ET IMPULSION

Définition. Un **photon** est le quantum du champ électromagnétique : la lumière de fréquence ν n'échange de l'énergie avec la matière que par multiples entiers de $h\nu$. Un photon est une particule de **masse nulle**, qui se déplace toujours à la vitesse c ; on lui associe

$$\mathcal{E} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{et} \quad p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Remarque. On n'écrit *jamais* $p = mc$ ni $\mathcal{E} = mc^2$ pour un photon : sa masse est nulle. L'impulsion s'obtient par $p = \mathcal{E}/c$, et la relation $\lambda = h/p$ y est alors automatiquement vérifiée.

Méthode — repère numérique à connaître. $hc = 1,99 \times 10^{-25}$ J·m ≈ 1240 eV·nm, d'où le calcul mental $\mathcal{E}$ (en eV) $\approx 1240/\lambda$ (en nm). Visible (400 à 800 nm) : 1,6 à 3,1 eV, l'échelle même des énergies de liaison chimique — d'où la photochimie et la vision. Rayons X (0,1 nm) : 12 keV. Onde radio (100 MHz) : 4×10^{-7} eV, d'où l'impossibilité pratique de détecter un photon radio isolé.

Propriété — expérience fondatrice : l'effet photoélectrique. Une plaque métallique éclairée émet des électrons. Trois faits y sont inexplicables par un modèle ondulatoire classique : il existe une **fréquence seuil** ν_s en dessous de laquelle *aucun* électron n'est émis, *quelle que soit* l'intensité; l'énergie cinétique maximale des électrons dépend de ν , *pas* de l'intensité; l'émission est **immédiate** (< 1 ns) même à très faible intensité, alors qu'un transfert continu demanderait un temps d'accumulation macroscopique. L'interprétation d'Einstein est un *bilan d'énergie photon par photon* : un photon unique cède toute son énergie à un électron unique, qui doit payer le **travail d'extraction** W du métal, d'où

$$\mathcal{E}_{c,\max} = h\nu - W \quad \text{et} \quad h\nu_s = W, \quad \lambda_s = \frac{hc}{W}.$$

La mesure du potentiel d'arrêt $U_0 = \mathcal{E}_{c,\max}/e$ en fonction de ν donne une droite de pente h/e : c'est la mesure historique de h (Millikan).

Remarque. Plus directe encore, l'expérience d'**anticoïncidences** : une source émettant les photons un par un devant une lame semi-réfléchissante ne déclenche *jamais* les deux détecteurs simultanément — un photon n'est pas divisible, il est réfléchi *ou* transmis.

3 L'ONDE DE MATIÈRE : LA RELATION DE DE BROGLIE

Théorème — relation de de Broglie. À toute particule matérielle d'impulsion p est associée une **onde de matière** de longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{soit, pour une particule non relativiste de masse } m \text{ et de vitesse } v, \quad \lambda = \frac{h}{mv}.$$

Pour un électron accéléré sous une tension U , $\mathcal{E}_c = eU = \frac{p^2}{2m}$ donne $p = \sqrt{2meU}$, d'où le repère très utile

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad \text{soit} \quad \lambda \text{ (en nm)} \approx \frac{1,23}{\sqrt{U \text{ (en V)}}}.$$

★ **EXEMPLE — ordres de grandeur décisifs**

Électron sous 100 V : $\lambda = 0,12 \text{ nm}$ — comparable à la distance entre atomes d'un cristal, donc diffraction observable.
Neutron thermique à 300 K ($\mathcal{E}_c = \frac{3}{2}k_B T \approx 39 \text{ meV}$) : $\lambda = 0,15 \text{ nm}$, même conclusion. Balle de tennis (58 g à $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) : $\lambda = 4 \times 10^{-34} \text{ m}$, quarante ordres de grandeur sous toute dimension accessible — aucun effet ondulatoire observable.

Méthode — critère quantique. Comparer $\lambda = h/p$ à la **dimension caractéristique** d du dispositif (largeur de fente, distance interatomique, taille du confinement) : $\lambda \ll d$ donne une description classique suffisante, $\lambda \gtrsim d$ un comportement quantique manifeste.

Propriété — expérience fondatrice : diffraction des électrons. Davisson et Germer (1927) envoient un faisceau d'électrons monocinétiques sur un monocristal de nickel : l'intensité réfléchie présente des **maxima** dans des directions privilégiées, exactement comme pour des rayons X de même longueur d'onde, et leur position suit $\lambda = h/\sqrt{2meU}$. Le comportement ondulatoire de la matière est aujourd'hui établi jusqu'aux **molécules** de plusieurs centaines d'atomes.

4 FONCTION D'ONDE ET INTERPRÉTATION PROBABILISTE

Définition. À une particule est associée une **fonction d'onde** $\psi(M, t)$, à valeurs complexes, qui n'est pas une grandeur mesurable : ce qui a un sens physique est le **carré de son module**, $|\psi(M, t)|^2$ étant proportionnel à la **probabilité de détecter** la particule au voisinage de M à l'instant t .

Théorème — expérience d'interférences « particule par particule ». On envoie des particules *une par une* sur un dispositif de deux fentes. Chaque particule est détectée **en un point unique** de l'écran, de façon **imprévisible** ; la répartition des impacts est **aléatoire** tant que leur nombre est petit ; et lorsque le nombre N d'impacts augmente, leur densité fait **progressivement apparaître** la figure d'interférences, qui n'apparaît donc pas « d'un coup » mais comme une **loi statistique**. Interprétation : l'onde associée interfère avec elle-même et détermine, par $|\psi|^2$, la **probabilité** de détection en chaque point. La particule n'a pas suivi « une » trajectoire : poser la question « par quelle fente est-elle passée ? » suppose une information qui, si on la mesure, **détruit les interférences**.

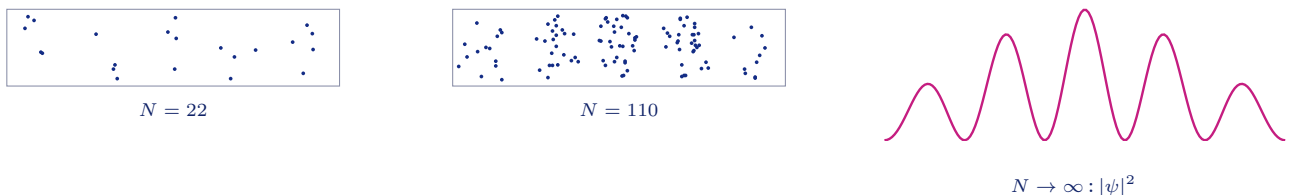


Figure 1 — Construction progressive d'une figure d'interférences, particule par particule : chaque point est un impact individuel, et la figure est une *loi de probabilité*.

Remarque — vocabulaire. On ne dit pas « la particule passe par les deux fentes à la fois », ni « l'onde transporte la particule ». On dit : *l'amplitude de détection en un point résulte de la superposition des contributions des deux fentes, et son module au carré donne la probabilité de détection*. Les mots « trajectoire » et « position à l'instant t » perdent leur sens entre l'émission et la détection.

5 L'INÉGALITÉ DE HEISENBERG SPATIALE

Théorème — inégalité de Heisenberg spatiale. Pour une particule, les dispersions Δx de la position et Δp de la composante correspondante de l'impulsion vérifient, **en ordre de grandeur**, $\Delta p \Delta x \gtrsim \hbar$. Ce n'est pas un défaut de l'appareil de mesure : c'est une propriété **intrinsèque** de la particule. Préparer un état mieux localisé en position, c'est nécessairement élargir la distribution d'impulsion, et réciproquement.

Méthode — établissement par analogie avec la diffraction. L'idée : une onde confinée transversalement par une fente sort de la fente avec une direction mal définie ; cette indétermination de direction est, pour une particule, une indétermination d'impulsion.

(i) Un faisceau de particules d'impulsion p selon (Oz) , donc de longueur d'onde $\lambda = h/p$, traverse une fente de largeur a perpendiculaire à (Ox) : juste après la fente, la position transversale est connue à a près, soit $\Delta x \approx a$. (ii) L'optique ondulatoire donne le résultat (admis) : l'onde est diffractée dans un cône de demi-angle $\theta \approx \lambda/a$. (iii) Une particule détectée dans ce cône a donc acquis une composante transversale d'impulsion comprise entre $-p\theta$ et $+p\theta$:

$$\Delta p \approx p\theta \approx p \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{a} \quad (\text{en utilisant } \lambda = h/p),$$

(iv) d'où, en multipliant, $\Delta p \Delta x \approx \frac{h}{a} \times a = h$, c'est-à-dire, à 2π près et donc en ordre de grandeur, $\Delta p \Delta x \gtrsim \hbar$. **Le produit ne dépend pas de a** : c'est là tout le contenu de l'inégalité.

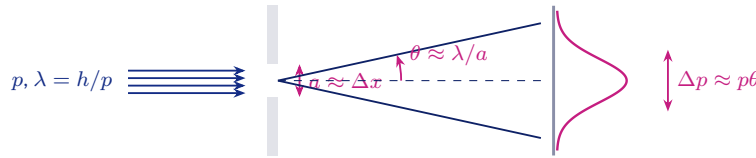


Figure 2 — Mieux on localise la particule à la traversée (a petit), plus la diffraction est large (θ grand) : le produit $\Delta p \Delta x$ reste de l'ordre de h .

Méthode — exploiter l'inégalité : énergie de confinement. Une particule de masse m confinée dans une région de taille d a $\Delta x \approx d$, donc $\Delta p \gtrsim \hbar/d$ et, comme $\langle p \rangle = 0$ pour un état lié, une énergie cinétique irréductible $\mathcal{E}_c \approx \frac{(\Delta p)^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2md^2}$: **une particule quantique confinée ne peut pas être au repos**. Pour un électron et $d = a_0 = 53 \text{ pm}$, $\mathcal{E}_c \approx 13 \text{ eV}$ — l'échelle même des énergies atomiques ; pour une bille de 1 g localisée à $1 \mu\text{m}$ près, $\Delta v \gtrsim 1 \times 10^{-25} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, totalement inobservable.

6 QUANTIFICATION DE L'ÉNERGIE : LE MODÈLE PLANÉTAIRE DE BOHR

Propriété — le modèle, et ses deux hypothèses. Bohr (1913) conserve la description classique du mouvement — l'électron (m_e , $-e$) décrit un cercle de rayon r à la vitesse v autour du proton supposé fixe, sous la seule force de Coulomb — et y ajoute deux hypothèses étrangères à la physique classique :

- (H1) le **moment cinétique orbital** est quantifié : $L = m_e v r = n\hbar$ avec $n \in \mathbb{N}^*$;
 (H2) sur ces orbites, dites **stationnaires**, l'électron *ne rayonne pas* ; il n'émet ou n'absorbe un photon qu'en **changeant** d'orbite, avec $h\nu = |\mathcal{E}_{n_2} - \mathcal{E}_{n_1}|$.

Théorème — niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. La deuxième loi de Newton projetée sur le vecteur radial donne $m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, soit $m_e v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. En y reportant $v = \frac{n\hbar}{m_e r}$ issu de (H1), on obtient $\frac{n^2 \hbar^2}{m_e r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, d'où les **rayons quantifiés**

$$r_n = n^2 a_0, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \approx 53 \text{ pm} \quad (\text{rayon de Bohr}).$$

et, puisque $\mathcal{E} = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$, les **niveaux d'énergie**

$$\mathcal{E}_n = -\frac{\mathcal{E}_0}{n^2}, \quad \mathcal{E}_0 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} \approx 13,6 \text{ eV}.$$

Remarque. (a) $\mathcal{E}_c = -\mathcal{E}_n$ et $\mathcal{E}_p = 2\mathcal{E}_n$ (théorème du viriel pour une force en $1/r^2$, déjà rencontré au chapitre 15). (b) $\mathcal{E}_0 = \hbar^2/(2m_e a_0^2)$ est exactement l'énergie de confinement estimée par l'inégalité de Heisenberg : les deux approches se recourent.

Propriété — spectre de l'atome d'hydrogène. L'énergie d'**ionisation** depuis le fondamental est $\mathcal{E}_0 = 13,6 \text{ eV}$ ($\lambda \leq 91,4 \text{ nm}$), et la transition $n_2 \rightarrow n_1$ ($n_1 < n_2$) émet un photon tel que $\frac{hc}{\lambda} = \mathcal{E}_0 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$. Les transitions vers $n_1 = 1$ forment la **série de Lyman** (ultraviolet, de 122 à 91,4 nm), celles vers $n_1 = 2$ la **série de Balmer**, les seules dans le visible (658, 488, 435 nm... jusqu'à 366 nm).

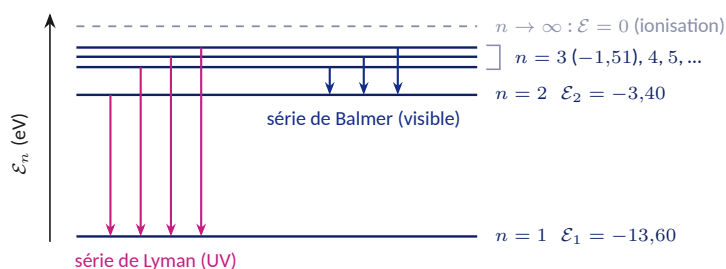


Figure 3 — Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène (échelle verticale non linéaire) et deux séries spectrales.

Propriété — limites du modèle de Bohr. Le modèle prédit correctement $\mathcal{E}_0$, a_0 et les longueurs d'onde des raies de l'hydrogène. Il est néanmoins **faux dans son principe** :

- ses deux hypothèses sont **ad hoc** : rien ne justifie (H1), et (H2) contredit l'électromagnétisme classique ;
- il conserve la notion de **trajectoire** et d'orbite, incompatible avec l'inégalité de Heisenberg ($\Delta x \Delta p \approx \hbar$ interdit de connaître à la fois r et v), et prévoit $L = \hbar \neq 0$ dans l'état fondamental alors que la mesure donne $L = 0$;
- il échoue dès l'**hélium** et pour tous les atomes à plusieurs électrons, ne dit rien de l'**intensité** des raies, et n'explique ni la **structure fine** ni l'effet d'un champ magnétique.

Le modèle de Bohr est un modèle de transition : il montre qu'une hypothèse de quantification suffit à rendre compte du spectre, sans fournir la théorie correcte.

7 SAVOIR-FAIRE DU CHAPITRE

► SAVOIR-FAIRE

- Calculer l'énergie et l'impulsion d'un photon ; convertir $\text{eV} \leftrightarrow \text{J}$; utiliser $hc \approx 1\,240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$.
- Décrire une expérience établissant la nécessité de la notion de photon (photoélectrique, anticoincidence) et une expérience établissant le comportement ondulatoire de la matière (diffraction d'électrons, interférences de neutrons ou de molécules), en disant précisément *ce qui y est inexplicable classiquement*.
- Calculer une longueur d'onde de de Broglie et la comparer à une dimension caractéristique pour conclure sur le caractère quantique ou classique d'une situation ; interpréter une expérience d'interférences particule par particule en termes probabilistes.
- Établir $\Delta p \Delta x \gtrsim \hbar$ par analogie avec la diffraction, et l'exploiter pour estimer une énergie de confinement.
- Exploiter $L = n\hbar$ et la deuxième loi de Newton pour obtenir $r_n = n^2 a_0$ et $\mathcal{E}_n = -\mathcal{E}_0/n^2$; exploiter un diagramme de niveaux (ionisation, longueurs d'onde émises ou absorbées, séries spectrales) ; citer et justifier les limites du modèle de Bohr.

■ FORMULAIRE — Les relations et valeurs à connaître par cœur

- Photon : $\mathcal{E} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, $p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{h}{\lambda}$, masse nulle ; photoélectrique : $\mathcal{E}_{c,\text{max}} = h\nu - W$, $\lambda_s = hc/W$.
- De Broglie : $\lambda = \frac{h}{p}$, électron sous U volts $\lambda \text{ (nm)} \approx \frac{1,23}{\sqrt{U}}$; Heisenberg : $\Delta p \Delta x \gtrsim \hbar$, $\mathcal{E}_c \approx \frac{\hbar^2}{2md^2}$.
- Bohr : $L = n\hbar$; $r_n = n^2 a_0$ avec $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \approx 53 \text{ pm}$; $\mathcal{E}_n = -\frac{\mathcal{E}_0}{n^2}$ avec $\mathcal{E}_0 \approx 13,6 \text{ eV}$; transition $\frac{hc}{\lambda} = \mathcal{E}_0 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$; ionisation $\lambda = 91,4 \text{ nm}$.
- Constantes : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $\hbar = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $k_B T = 26 \text{ meV}$ à 300 K .

✖ PIÈGES

- Écrire $p = mc$ ou $\mathcal{E} = mc^2$ pour un photon : sa masse est *nulle*, on utilise $p = \mathcal{E}/c = h/\lambda$.
- Confondre $\hbar$ et $\hbar$: le facteur 2π est l'erreur la plus fréquente du chapitre. $\lambda = h/p$; $L = n\hbar$; Heisenberg avec $\hbar$.
- Écrire l'inégalité sous la forme $\Delta x \Delta p \gtrsim \hbar/2$ (on demande $\Delta p \Delta x \gtrsim \hbar$, *en ordre de grandeur*), ou l'interpréter comme une imprécision des instruments : c'est une propriété *intrinsèque* de l'état de la particule.
- Parler de la trajectoire d'une particule entre les fentes et l'écran, ou dire que l'onde « transporte » la particule ; oublier de convertir les eV en joules avant d'utiliser $\mathcal{E}_c = p^2/(2m)$; appliquer $\lambda = h/\sqrt{2meU}$ quand $\mathcal{E}_c$ n'est pas petite devant $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$.
- Oublier le signe moins de $\mathcal{E}_n$, croire que $\mathcal{E}_n$ croît en n^2 (ce sont les *rayons*), calculer une transition avec $\mathcal{E}_0/n^2$ au lieu de la *différence* des niveaux, oublier de discuter les limites du modèle de Bohr.
- Invoquer l'équation de Schrödinger, un puits de potentiel, une particule dans une boîte, l'effet tunnel : *hors programme*.