

Approfondissement Ondes mécaniques

Localiser un épïcentre, tsunami, célérité le long d'une corde, double périodicité, sondage de l'océan en Python

5 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 3 h · calculatrice autorisée

Exercice 1 Localiser l'épïcentre d'un séisme

●●●

Un séisme se produit à une date t_0 inconnue. Les ondes P (célérité $v_P = 6,0 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$) et S (célérité $v_S = 3,5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$) sont enregistrées par trois stations A, B et C (figure 1). On assimile le foyer à l'épïcentre (séisme superficiel) et on considère que les ondes se propagent en ligne droite à la surface. Les dates d'arrivée sont comptées en secondes à partir de 03 h 12 min 00 s.

Station	A	B	C
t_P (s)	27,0	34,0	37,5
t_S (s)	32,0	44,0	50,0

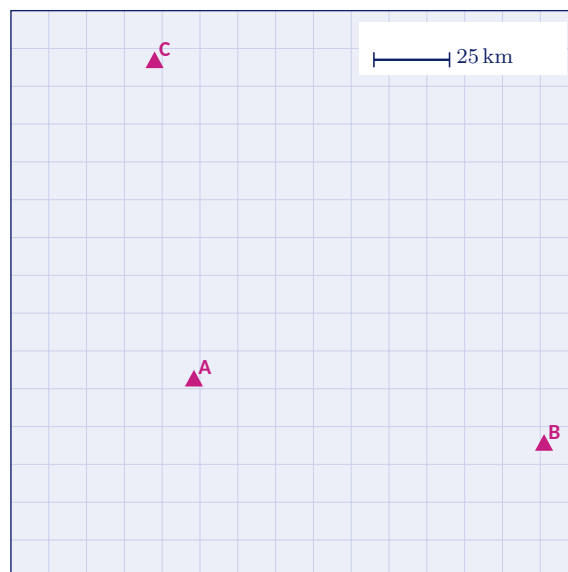


Figure 1 — Carte de la région (à compléter)

- 1.1 Montrer que la distance d entre l'épïcentre et une station est proportionnelle à $\Delta t = t_S - t_P$: $d = k \Delta t$ avec $k = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}$. Calculer k .
- 1.2 Calculer les distances d_A , d_B et d_C .
- 1.3 Sur la figure 1, tracer les cercles utiles et placer l'épïcentre E. Pourquoi faut-il au moins trois stations ?
- 1.4 Déterminer la date t_0 du séisme (on vérifiera la cohérence des trois stations).
- 1.5 Une ville D est à 150 km de l'épïcentre. Une sirène d'alerte se déclenche 5,0 s après l'arrivée des ondes P à la station la plus proche de l'épïcentre. De combien de temps les habitants de D disposent-ils avant l'arrivée des ondes S, les plus destructrices ?

Exercice 2 Tsunami : une onde que l'on ne voit pas venir

●●●

(Hors programme — pour aller plus loin.) Lorsque la longueur d'onde d'une onde à la surface de l'eau est très grande devant la profondeur h , sa célérité vaut $v = \sqrt{g h}$, avec $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Un séisme sous-marin provoque un tsunami, de période $T = 15 \text{ min}$, qui traverse un océan profond de 4 000 m vers une côte située à 3 000 km.

- 2.1 Vérifier que la relation $v = \sqrt{g h}$ est homogène. Calculer la célérité du tsunami au large, en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, puis la durée de sa traversée.
- 2.2 Calculer sa longueur d'onde au large. L'utilisation de la relation $v = \sqrt{g h}$ est-elle justifiée ? Pourquoi un navire au large, soulevé de quelques dizaines de centimètres, ne remarque-t-il rien ?
- 2.3 Près de la côte, la profondeur n'est plus que de 10 m. Quelle grandeur caractéristique de l'onde est inchangée ? Calculer la célérité et la longueur d'onde. En admettant que l'énergie transportée se concentre sur une longueur plus courte, expliquer pourquoi la hauteur de la vague augmente.

Exercice 3 De quoi dépend la célérité le long d'une corde ?



(Hors programme — pour aller plus loin.) La célérité v d'une onde le long d'une corde dépend de la tension F de la corde (en N) et de sa masse linéique μ (en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$). On cherche une relation de la forme $v = F^\alpha \mu^\beta$.

- 3.1** Sachant que $1\text{ N} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, déterminer α et β pour que la relation soit homogène. En déduire que $v^2 = F/\mu$.
- 3.2** Pour vérifier cette loi, on mesure v pour plusieurs valeurs de F et on exécute le programme ci-dessous. Expliquer son rôle. Qu'attend-on pour b ?

```
1 import numpy as np
2 F = np.array([2.0, 4.0, 6.0, 8.0, 10.0]) # tension (N)
3 v = np.array([12.8, 18.3, 22.4, 25.7, 28.9]) # célérité mesurée (m/s)
4 a, b = np.polyfit(F, v**2, 1) # modèle affine : v^2 = a F + b
5 print(round(a, 1), round(b, 1)) # affiche : 83.4 -1.3
```

- 3.3** En déduire la masse linéique de la corde; une pesée donne 30,0 g pour 2,50 m de corde : conclure. Par combien faut-il multiplier F pour doubler v ?

Exercice 4 Démontrer la double périodicité



L'extrémité S d'une très longue corde est animée, à partir de $t = 0$, d'un mouvement sinusoïdal : son élongation est $y_S(t) = A \sin(2\pi t/T)$. L'onde progresse sans amortissement à la célérité v ; on note $\lambda = vT$ et x la distance d'un point M de la corde à S.

- 4.1** Justifier que, pour $t \geq x/v$, $y_M(t) = y_S(t - x/v)$, puis que $y_M(t) = A \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$.
- 4.2** À x fixé, montrer que $y_M(t + T) = y_M(t)$. À t fixé, montrer que l'élongation des points déjà atteints par l'onde est une fonction de x de période λ . Interpréter.
- 4.3** Montrer que M vibre en phase avec S si et seulement si x est un multiple entier de λ , et en opposition de phase si $x = (k + \frac{1}{2})\lambda$ avec k entier.
- 4.4** Application : $\lambda = 0,40\text{ m}$. Combien de points situés entre S et le point P tel que $SP = 1,90\text{ m}$ (S et P exclus) vibrent en phase avec S ? en opposition de phase avec S ?

Exercice 5 Sonder un océan dont la célérité varie avec la profondeur



Dans l'océan, la célérité du son dépend de la profondeur (température, pression). Un navire mesure la durée Δt de l'aller-retour d'une salve d'ultrasons entre la surface et le fond; pour calculer la profondeur p , on modélise l'océan par des couches : de 0 à 200 m, célérité $1\,525\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; de 200 à 800 m, $1\,500\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; de 800 à 2 000 m, $1\,485\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; au-delà, $1\,495\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (dernière couche, d'épaisseur fictive très grande).

```
1 couches = [(200, 1525), (600, 1500), (1200, 1485), (1e9, 1495)] # (épaisseur en m, célérité en m/s)
2 dt = 5.000 # durée de l'aller-retour mesurée (s)
3 p, t = 0, dt / 2 # profondeur atteinte (m), durée restante du trajet aller (s)
4 for e, v in couches:
5     if t > e / v:
6         p = p + e
7         t = t - e / v
8     else:
9         p = p + v * t
10        t = 0
11 print(round(p))
```

- 5.1** Pourquoi utiliser $dt / 2$? Que représente e / v ? Expliquer le rôle du test de la ligne 5 et des lignes 9 et 10.
- 5.2** Montrer que la salve met 1,339 s pour traverser les trois premières couches, puis calculer la valeur affichée par le programme.
- 5.3** Quelle profondeur obtiendrait-on avec une célérité constante de $1\,500\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? Calculer l'écart relatif. Sans exécuter le programme, prévoir la valeur affichée si $dt = 2.000$.