

Approfondissement

Fluide au repos

Un gaz presque vide, tube en U, altitude et baromètre, limites de la loi de Mariotte, gonfler un pneu

5 exercices · niveau ●●● · durée conseillée : 2 h 30 · calculatrice autorisée

Exercice 1 Un gaz, c'est surtout du vide

●●●

L'air ambiant a une masse volumique $\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et une masse molaire moyenne $M_{\text{air}} = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; l'eau liquide a pour masse molaire $18 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Le diamètre d'une molécule de diazote, de dioxygène ou d'eau est de l'ordre de $0,3 \text{ nm}$.

■ **DONNÉES** $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ • eau liquide : $\rho_e = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

- 1.1 Montrer que le nombre de molécules par unité de volume d'air vaut $\frac{N}{V} = \frac{\rho_{\text{air}} N_A}{M_{\text{air}}}$, puis le calculer.
- 1.2 On imagine chaque molécule au centre d'un cube dont le volume est le volume moyen disponible par molécule. Montrer que l'arête d de ce cube (ordre de grandeur de la distance entre molécules voisines) vaut environ 3 nm . Comparer à la taille d'une molécule.
- 1.3 Reprendre le calcul pour l'eau liquide. Expliquer alors pourquoi un gaz est compressible et un liquide quasiment incompressible.
- 1.4 On comprime de l'air à température constante jusqu'à diviser son volume par 8. Que deviennent sa pression et la distance moyenne entre molécules ? En raisonnant sur les chocs des molécules sur les parois, expliquer pourquoi la pression double quand le volume est divisé par 2.

Exercice 2 Identifier une huile avec un tube en U

●●●

■ **DONNÉES** eau : $\rho_e = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ • $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$ (z vers le haut)

Un tube en U, ouvert aux deux extrémités, contient de l'eau. On verse une huile, non miscible à l'eau et moins dense qu'elle, dans la branche de gauche. À l'équilibre (figure 1), la colonne d'huile a une hauteur $h_h = 12,0 \text{ cm}$ au-dessus de la surface de séparation (point A) ; dans la branche de droite, la surface libre de l'eau est à la hauteur $h_e = 11,0 \text{ cm}$ au-dessus du point B, situé au même niveau que A. Chaque hauteur est mesurée avec une incertitude-type $u(h) = 0,1 \text{ cm}$.

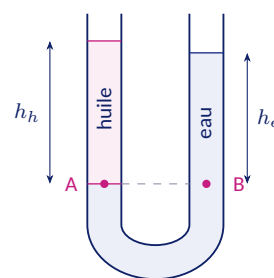


Figure 1 — Tube en U à l'équilibre

- 2.1 Justifier que $P_A = P_B$. En déduire que $\rho_h = \rho_e h_e / h_h$, puis calculer la masse volumique ρ_h de l'huile.
- 2.2 L'incertitude-type sur ρ_h est donnée par $u(\rho_h) = \rho_h \sqrt{(u(h)/h_e)^2 + (u(h)/h_h)^2}$. Calculer $u(\rho_h)$, puis identifier l'huile parmi : huile de paraffine ($850 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), huile d'olive ($915 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), huile de ricin ($960 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). On considère qu'une valeur de référence est compatible si elle diffère de ρ_h de moins de $2 u(\rho_h)$.
- 2.3 On ajoute de l'huile jusqu'à ce que la colonne d'huile mesure $20,0 \text{ cm}$. Montrer que la dénivellation entre les surfaces libres de l'huile et de l'eau vaut $\Delta h = h_h (1 - \rho_h / \rho_e)$ et la calculer. Pourquoi ce dispositif serait-il peu adapté pour distinguer deux huiles de masses volumiques voisines ?

Exercice 3 Mesurer une altitude avec un baromètre



Le baromètre d'un smartphone mesure la pression atmosphérique au dixième d'hectopascal près. Près du sol, l'air a une masse volumique $\rho_0 = 1,20 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et la pression vaut $P_0 = 1\,013 \text{ hPa}$.

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ • $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$ (z vers le haut)

- 3.1 En considérant l'air comme un fluide de masse volumique constante, calculer la diminution de pression lorsqu'on s'élève de 1 m, puis l'élévation qui correspond à une diminution de 1 hPa.
- 3.2 Au pied d'un immeuble, le smartphone indique 1 012,4 hPa; sur le toit, 1 008,5 hPa. Estimer la hauteur de l'immeuble.
- 3.3 En réalité, l'air est compressible. À l'aide de la loi de Mariotte, montrer que, à température constante, le rapport ρ/P reste constant pour une masse d'air donnée.
- 3.4 (Pour aller plus loin.) Le programme ci-dessous découpe l'atmosphère en couches de 100 m, dans chacune desquelles la masse volumique est supposée constante. Expliquer les lignes 5 et 6. Il affiche 5000 565. La pression mesurée à 5 000 m d'altitude est d'environ 540 hPa : proposer une explication à l'écart.

```

1 P, rho = 101300, 1.20      # pression (Pa) et masse volumique (kg/m3) au sol
2 dz = 100                  # épaisseur d'une couche (m)
3 z = 0
4 while z < 5000:
5     P = P - rho * 9.81 * dz
6     rho = 1.20 * P / 101300
7     z = z + dz
8 print(z, round(P / 100))

```

Exercice 4 Les limites de la loi de Mariotte



On comprime lentement, à 20°C , une même quantité de matière ($n = 0,100 \text{ mol}$) d'air, puis de dioxyde de carbone. Le tableau donne le volume occupé par chaque gaz.

P (bar)	1,0	10	20	30	40	50
V_{air} (mL)	2 437	243	121	80,5	60,3	48,2
V_{CO_2} (mL)	2 425	230	108	66,5	45,1	31,3

- 4.1 Calculer le produit $P \times V$ (en bar·L) pour chaque gaz, à 1,0 bar et à 50 bar. Pour quel gaz la loi de Mariotte est-elle un bon modèle ? Calculer l'écart relatif entre les deux valeurs de PV pour chaque gaz.
- 4.2 À 20°C , le dioxyde de carbone se liquéfie lorsque sa pression atteint 57 bar. Que devient alors le volume si l'on continue à pousser le piston ? La loi de Mariotte peut-elle s'appliquer ?
- 4.3 Le modèle de Mariotte suppose que les molécules sont très éloignées les unes des autres et n'interagissent qu'au moment des chocs. Expliquer pourquoi ce modèle est d'autant moins valable que la pression est élevée, et pourquoi il est moins bien vérifié pour le dioxyde de carbone, dont les molécules s'attirent plus fortement que celles de l'air.

Exercice 5 Gonfler les pneus d'une voiture



Le manomètre d'une station-service mesure la surpression $\Delta P = P - P_{\text{atm}}$ de l'air d'un pneu ($P_{\text{atm}} = 1,0 \text{ bar}$). Le volume intérieur d'un pneu, supposé constant, vaut 25 L ; la température est constante.

■ **DONNÉES** $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ • $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

- 5.1 Un pneu dégonflé contient de l'air à la pression atmosphérique. On le gonfle à la surpression recommandée $\Delta P = 2,2 \text{ bar}$: quelle est alors la pression de l'air du pneu ? Montrer que l'air contenu dans le pneu gonflé occuperait 80 L à la pression atmosphérique. En déduire le volume d'air atmosphérique à faire entrer, puis le nombre de coups nécessaires avec une pompe à pied qui envoie 0,50 L d'air atmosphérique par coup.
- 5.2 La voiture a une masse de 1 200 kg, également répartie sur les quatre roues. On admet que la force exercée par le sol sur un pneu est compensée par la force pressante due à la surpression de l'air sur la zone aplatie. Estimer l'aire de cette zone de contact pour $\Delta P = 2,2 \text{ bar}$, puis pour un pneu sous-gonflé à $\Delta P = 1,6 \text{ bar}$. Quel inconvénient présente un pneu sous-gonflé ?

5.3 Il est recommandé de vérifier la pression des pneus « à froid ». Expliquer pourquoi, à l'échelle microscopique.