

Contrôle A Variables aléatoires

QCM, contrôle de colis, tir aux ballons à la fête foraine, paris à la roulette

Durée : 1 h · sans calculatrice · 4 exercices indépendants · barème sur 20



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification ; dans les autres exercices, tout résultat doit être justifié. Les probabilités sont données sous forme décimale ou de fraction irréductible. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Les questions 1 et 2 portent sur la variable aléatoire X dont la loi est donnée ci-dessous.

x_i	-1	0	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	0,3	a	0,1

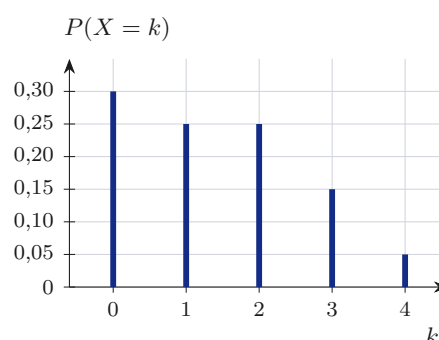
- 1.1** La probabilité $P(X > 0)$ est égale à :
 a) 0,4 b) 0,5 c) 0,8 d) 0,1
- 1.2** L'espérance de X est égale à :
 a) 1 b) 1,3 c) 0,9 d) 0,5
- 1.3** Une variable aléatoire Y vérifie $E(Y) = 4$. L'espérance de $-3Y + 5$ est égale à :
 a) 17 b) -7 c) -12 d) 7
- 1.4** Une variable aléatoire Z vérifie $V(Z) = 2$. La variance de $-3Z + 5$ est égale à :
 a) -6 b) -1 c) 23 d) 18
- 1.5** Une variable aléatoire T vérifie $E(T) = 3$ et $E(T^2) = 13$. L'écart type de T est égal à :
 a) 4 b) $\sqrt{10}$ c) 2 d) 10

Exercice 2 Le contrôle des colis

5 pts ●○○○

Dans un entrepôt de vente en ligne, les colis sont préparés par lots de quatre. Un contrôleur choisit un lot au hasard et note le nombre X de colis du lot dont l'étiquette d'expédition est erronée. Une étude a permis d'établir la loi de X , représentée par le diagramme en bâtons de la figure 1.

- 2.1** Donner la loi de X dans un tableau. Calculer $P(X \leq 1)$ et $P(X \geq 2)$.
- 2.2** Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

Figure 1 — Loi du nombre X d'étiquettes erronées

- 2.3** Calculer $E(X^2)$, puis démontrer que $V(X) = 1,44$ et en déduire $\sigma(X)$.

- 2.4** Contrôler un lot coûte 5 euros et chaque étiquette erronée coûte 15 euros de reprise. Le coût d'un lot est donc $C = 15X + 5$, en euros. Calculer $E(C)$ et $\sigma(C)$. Quel coût total l'entrepôt peut-il prévoir, en moyenne, pour 50 lots contrôlés ?

Exercice 3 Le tir aux ballons

6 pts ●●○

À un stand de fête foraine, un joueur paie 3 euros pour lancer trois fléchettes sur un mur de ballons. À chaque lancer, il fait éclater un ballon avec la probabilité 0,5, indépendamment des autres lancers. S'il fait éclater exactement deux ballons, il gagne une peluche d'une valeur de 4 euros; s'il fait éclater les trois ballons, il gagne un lot d'une valeur de 10 euros; sinon, il ne gagne rien. On note N le nombre de ballons éclatés et G le gain algébrique du joueur (valeur du lot moins le prix de la partie), en euros.

- 3.1** Construire un arbre pondéré décrivant les trois lancers. Démontrer que $P(N = 2) = \frac{3}{8}$, puis donner la loi de N .
- 3.2** Justifier que G prend les valeurs -3 , 1 et 7 , puis donner la loi de G . Calculer $P(G > 0)$.
- 3.3** Calculer $E(G)$. Le jeu est-il équitable? Qui est avantage? Calculer $V(G)$. Sur 400 parties, quel bénéfice le forain peut-il espérer?
- 3.4** Le forain veut rendre le jeu équitable.
- a) Il garde les mêmes lots. Quel prix doit-il fixer pour la partie?
 - b) Il garde le prix de 3 euros et la peluche. Quelle doit être la valeur du lot obtenu pour trois ballons éclatés?

Exercice 4 Trois paris à la roulette

4 pts ●●○

Une roulette de casino comporte 37 cases équiprobables numérotées de 0 à 36 : le 0 est vert, 18 cases sont rouges et 18 sont noires. Un joueur mise 1 euro; on note G son gain algébrique en euros. S'il perd, $G = -1$; s'il gagne, $G = 1$ pour le pari « rouge » (gagnant sur les 18 cases rouges), $G = 2$ pour le pari « douzaine » (gagnant sur 12 numéros choisis) et $G = 35$ pour le pari « plein » (gagnant sur un seul numéro choisi).

- 4.1** Pour chacun des trois paris, donner la loi de G et démontrer que $E(G) = -\frac{1}{37}$. Interpréter ce résultat du point de vue du casino.
- 4.2** Calculer $E(G^2)$ pour chacun des trois paris. À l'aide de la formule de König-Huygens, en déduire, sans calculer les variances, le pari le plus risqué. Pourquoi un joueur prudent préférera-t-il le pari « rouge »?
- 4.3** Un joueur mise 10 euros sur « rouge »; son gain algébrique est alors $10G$. Exprimer son espérance et son écart type en fonction de ceux de G .