

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 8



R. RINGUET · 2026 – 2027

Sujet type épreuve anticipée

Trigonométrie

Partie 1 : douze questions d'automatismes — Partie 2 : sur le cercle trigonométrique, le rouleau de ruban adhésif, le cornet de volume maximal

Durée : 2 h · sans calculatrice · QCM et 3 exercices · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

L'usage de la calculatrice est interdit. Le sujet comporte deux parties indépendantes. **Partie 1** : pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte ; indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, sans justification. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Partie 2** : les réponses doivent être justifiées ; la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent dans l'appréciation des copies.

Partie 1 — Automatismes (6 points)

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○○

1.1 Le nombre $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$ est égal à :

a) $\frac{34}{27}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{17}{12}$

d) 2

1.2 Le nombre $\frac{(3^2)^3 \times 3^{-4}}{3}$ est égal à :

a) 1

b) $\frac{1}{3}$

c) 3

d) 9

1.3 Le nombre $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ est égal à :

a) $\sqrt{26}$

b) $6\sqrt{2}$

c) 13

d) $5\sqrt{2}$

1.4 Pour tout réel x , l'expression $(x+2)^2 - (x+2)(2x-1)$ est égale à :

a) $(x+2)(1-x)$

b) $(x+2)(3-x)$

c) $(x+2)(3x+1)$

d) $-(x+2)^2$

1.5 L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $(2-x)(x+5) \geq 0$ est :

a) $[-5; 2]$

b) $] -\infty; -5] \cup [2; +\infty[$

c) $[-2; 5]$

d) $] -5; 2[$

1.6 Dans une ville, 40 % des habitants pratiquent un sport ; parmi eux, 30 % font de la natation. La proportion d'habitants de la ville qui font de la natation est :

a) 70 %

b) 10 %

c) 1,2 %

d) 12 %

1.7 Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 150 % est :

a) 1,5

b) 150

c) 2,5

d) 0,5

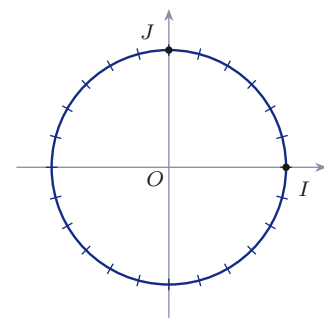
- 1.8** Une série statistique comporte 20 valeurs, notées dans l'ordre croissant $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{20}$. Son premier quartile Q_1 est :
- a) x_5 b) $\frac{x_5 + x_6}{2}$ c) x_6 d) x_{15}
- 1.9** Parmi 200 personnes testées pour une maladie, 50 sont malades. Le test est positif pour 45 des malades et pour 15 des personnes non malades. On choisit au hasard une personne dont le test est positif ; la probabilité qu'elle soit malade est :
- a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{9}{40}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{10}$
- 1.10** Dans un repère, la droite parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 1$ et passant par le point $A(1 ; 3)$ a pour équation :
- a) $y = -2x + 1$ b) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ c) $y = -2x + 3$ d) $y = -2x + 5$
- 1.11** La mesure principale du réel $\frac{31\pi}{6}$ est :
- a) $\frac{7\pi}{6}$ b) $-\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{6}$ d) $\frac{\pi}{6}$
- 1.12** On sait que $x \in [\frac{\pi}{2} ; \pi]$ et que $\sin x = 0,6$. Alors $\cos x$ est égal à :
- a) $-0,8$ b) $0,8$ c) $0,4$ d) $-0,4$

Partie 2 — Exercices (14 points)

Exercice 2 Sur le cercle trigonométrique

5 pts ●●○

Dans un repère orthonormé d'origine O , on considère le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ (figure 1, à reproduire sur la copie ; les petits traits partagent le cercle en 24 arcs égaux).

Figure 1 — Le cercle $\mathcal{C}$

- 2.1** Déterminer la mesure principale de chacun des réels $\frac{29\pi}{6}$, $-\frac{17\pi}{4}$ et $\frac{22\pi}{3}$. Placer leurs images A , B et D sur la figure, puis donner les coordonnées exactes de ces trois points.
- 2.2** Résoudre dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ l'équation $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, puis l'équation $\sin x = -\frac{1}{2}$.
- 2.3** Soit x un réel de l'intervalle $]-\frac{\pi}{2} ; 0[$ tel que $\cos x = \frac{2}{3}$. Calculer la valeur exacte de $\sin x$. En plaçant sur le cercle les images de x , de $\pi - x$ et de $\pi + x$, en déduire les valeurs exactes de $\cos(\pi - x)$ et de $\sin(\pi + x)$.
- 2.4** On note E , F et G les images respectives des réels $\frac{\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{6}$. Donner leurs coordonnées exactes, puis démontrer que le triangle EFG est équilatéral.

Exercice 3 Le rouleau de ruban adhésif

4 pts ●●○

Un ruban adhésif d'épaisseur 0,01 cm est enroulé sur un mandrin (un tube de carton) de rayon 3 cm. On modélise chaque tour de ruban par un cercle : pour tout entier naturel n , le tour numéro n a pour rayon $r_n = 3 + 0,01n$ (en cm) ; le tour numéro 0 est celui qui est au contact du mandrin. On note ℓ_n la longueur, en cm, du tour numéro n .

- 3.1** Calculer ℓ_0 et ℓ_1 . Démontrer que la suite (ℓ_n) est arithmétique ; préciser sa raison.
- 3.2** Un rouleau comporte 200 tours, numérotés de 0 à 199. Quel est le rayon du dernier tour ? Démontrer que la longueur totale du ruban est $L = 1\,598\pi$ cm.
- 3.3** Le fabricant annonce « plus de 50 m de ruban ». En utilisant $\pi > 3,14$, vérifier que cette annonce est exacte.

- 3.4** Plus généralement, démontrer qu'un rouleau de n tours (numérotés de 0 à $n - 1$) contient une longueur de ruban $L_n = \pi (0,01n^2 + 5,99n)$ centimètres, et vérifier la cohérence avec la question 3.2.
- 3.5** Recopier et compléter la fonction Python ci-contre pour qu'elle renvoie le nombre minimal de tours nécessaires pour enrouler une longueur de ruban d'au moins L centimètres (π désigne le nombre π).

```

1  from math import pi
2
3  def nombre_tours(L):
4      n = 0
5      total = 0
6      while .....:
7          total = total + .....
8          n = n + 1
9      return n

```

Exercice 4 Le cornet de volume maximal

5 pts ●●○

Dans un disque de papier de centre O et de rayon 6 cm, on découpe un secteur angulaire d'angle au centre θ (en radians), avec $0 < \theta < 2\pi$. En enroulant ce secteur et en joignant ses deux bords rectilignes, on obtient un cornet : un cône de révolution de sommet O , dont la génératrice mesure 6 cm et dont le cercle de base a pour longueur celle de l'arc du secteur (figure 2). On note r le rayon de la base et h la hauteur du cône, en cm. On rappelle que le volume d'un cône est $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

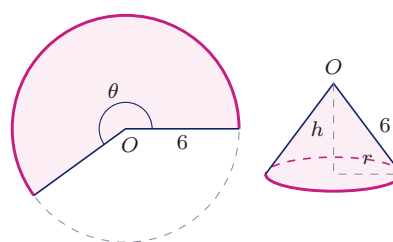


Figure 2 — Du secteur au cornet

- 4.1** Un premier cornet. On prend $\theta = \pi$ (un demi-disque). Calculer la longueur de l'arc, puis r , h et le volume du cornet.
- 4.2** Cas général. Démontrer que $r = \frac{3\theta}{\pi}$ et que $r^2 + h^2 = 36$.
- 4.3** En déduire que, pour $h \in]0 ; 6[$, le volume du cornet est $V(h) = \frac{\pi}{3} (36h - h^3)$.
- 4.4** Calculer $V'(h)$ et montrer que $V'(h) = \pi (2\sqrt{3} - h) (2\sqrt{3} + h)$. Dresser le tableau de variations de V sur $]0 ; 6[$.
- 4.5** En déduire la hauteur et le rayon du cornet de volume maximal, puis ce volume maximal. Combien de fois est-il plus grand que le volume du cornet de la question 4.1 ?
- 4.6** Démontrer que l'angle du secteur à découper est alors $\theta = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ radians, soit $120\sqrt{6}$ degrés. Sachant que $2,44 < \sqrt{6} < 2,45$, en donner un encadrement en degrés.