

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 8

Exercices 1 Trigonométrie

Les bases : radian et longueur d'arc, image d'un réel, mesure principale, cosinus et sinus, valeurs remarquables, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

6 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 2 h · sans calculatrice



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Convertir des degrés aux radians et inversement ; calculer une longueur d'arc.
- Placer l'image d'un réel sur le cercle trigonométrique ; déterminer une mesure principale.
- Lire $\cos$ et $\sin$ des angles associés par symétrie ; utiliser $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$; résoudre $\cos x = a$ et $\sin x = a$.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

- π rad correspondent à 180° . Sur un cercle de rayon r , un angle au centre de θ rad intercepte un arc de longueur $\ell = r\theta$.
- Le cercle trigonométrique a pour centre l'origine O d'un repère orthonormé, pour rayon 1 et il est orienté dans le **sens direct** (contraire des aiguilles d'une montre). En enroulant la droite des réels autour du cercle à partir de $I(1; 0)$, on associe à tout réel x un unique point M , son *image*. Les réels $x + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ont la même image que x ; un seul d'entre eux appartient à $] -\pi ; \pi]$: c'est la *mesure principale*.
- $M(\cos x ; \sin x)$; $-1 \leq \cos x \leq 1$, $-1 \leq \sin x \leq 1$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- Triangle rectangle : $\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$.

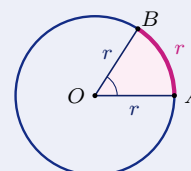


Figure 1

x (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
x (degrés)	0°	30°	45°	60°	90°	$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Exercice 1 Degrés et radians

●○○

1.1 Convertir en radians les mesures d'angles suivantes (résultats sous la forme $\frac{a\pi}{b}$, fraction irréductible).

- a) 60° b) 135° c) 210° d) 18° e) 270° f) 324°

1.2 Convertir en degrés les mesures d'angles suivantes, données en radians.

- a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{5\pi}{3}$ c) $\frac{3\pi}{5}$ d) $\frac{11\pi}{4}$ e) $\frac{2\pi}{9}$ f) $\frac{7\pi}{10}$

Exercice 2 Longueur d'arc et radian

●○○

- 2.1 Sur la figure 1, l'arc de cercle d'extrémités A et B a pour longueur le rayon r . Quelle est, en radians, la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$? Justifier que 1 rad correspond à $\left(\frac{180}{\pi}\right)$ degrés. Cet angle est-il aigu ou obtus ?
- 2.2 Un cercle a pour rayon 6 cm. Calculer la longueur de l'arc intercepté par un angle au centre de $\frac{\pi}{3}$ rad, puis de 150° . Quelle est la mesure, en radians, de l'angle au centre qui intercepte un arc de 9 cm ?
- 2.3 Un arc de 5 cm est intercepté par un angle au centre de $\frac{\pi}{4}$ rad. Déterminer le rayon du cercle.
- 2.4 Sur un cercle de centre O et de rayon 4 cm, l'arc d'extrémités A et B mesure π cm. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ en radians, puis en degrés. Quelle fraction du cercle cet arc représente-t-il ?

Exercice 3 Enroulement et mesure principale

●○○

Sur le cercle trigonométrique de la figure 2, les petits traits délimitent douze arcs égaux; A et G sont les milieux de deux de ces arcs.

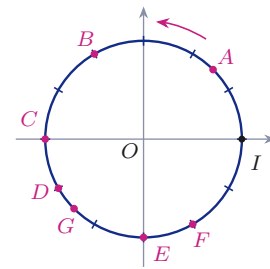


Figure 2 — Le cercle trigonométrique

3.3 Parmi les points de la figure 2, quelle est l'image de chacun des réels suivants ?

- a) $\frac{9\pi}{4}$ b) $-\frac{4\pi}{3}$ c) 7π d) $\frac{7\pi}{6}$ e) $\frac{3\pi}{2}$ f) $\frac{5\pi}{3}$ g) $-\frac{11\pi}{4}$

3.4 Déterminer la mesure principale de chacun des réels suivants.

- a) $\frac{13\pi}{6}$ b) $-\frac{9\pi}{4}$ c) $\frac{17\pi}{3}$ d) $\frac{35\pi}{4}$ e) $-\frac{25\pi}{6}$ f) 100π g) -7π h) $\frac{21\pi}{2}$

Exercice 4 Angles associés

●○○

Sur la figure 3, M est l'image de $\frac{\pi}{6}$; M_1 , M_2 et M_3 sont ses symétriques par rapport à l'axe des abscisses, à l'axe des ordonnées et au point O .

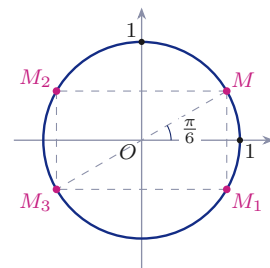


Figure 3 — Symétries du cercle

4.3 En déduire les valeurs exactes de :

- a) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ b) $\sin\frac{5\pi}{6}$ c) $\cos\frac{7\pi}{6}$ d) $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ e) $\cos\frac{11\pi}{6}$ f) $\sin\frac{13\pi}{6}$

4.4 En plaçant l'image du réel sur le cercle et en utilisant de même une symétrie, donner la valeur exacte de :

- a) $\cos\frac{2\pi}{3}$ b) $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ c) $\cos\frac{4\pi}{3}$ d) $\sin\frac{5\pi}{4}$ e) $\cos\frac{9\pi}{4}$ f) $\sin\frac{19\pi}{3}$

Exercice 5 Utiliser $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

●●○

5.1 Calculer la valeur exacte de $\sin x$, ou de $\cos x$, en plaçant l'image de x sur le cercle pour trouver le signe.

- a) $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ b) $\sin x = -\frac{1}{3}$, $x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}]$ c) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $x \in]0; \pi[$

5.2 DEF est un triangle rectangle en D tel que $DE = 5$ cm, $DF = 12$ cm et $EF = 13$ cm. Calculer $\cos \widehat{DEF}$ et $\sin \widehat{DEF}$, puis vérifier que $\cos^2 \widehat{DEF} + \sin^2 \widehat{DEF} = 1$.

5.3 Existe-t-il un réel x tel que $\cos x = \frac{1}{2}$ et $\sin x = \frac{1}{2}$? Justifier.

Exercice 6 Résoudre sur le cercle

●●○

En s'aidant du cercle trigonométrique (faire une figure à chaque fois), résoudre les équations suivantes dans l'intervalle indiqué.

- a) $\cos x = \frac{1}{2}$ sur $] -\pi; \pi]$ b) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $] -\pi; \pi]$ c) $\sin x = 1$ sur $] -\pi; \pi]$
d) $\cos x = 0$ sur $[0; 2\pi[$ e) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0; 2\pi[$ f) $\cos x = 2$ sur $\mathbb{R}$