

Exercices 2 Suites numériques : généralités

Application : modéliser, construire en escalier, rechercher un seuil en Python

5 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Modéliser une situation (placement, ventes, motif géométrique) par une suite explicite ou récurrente, et interpréter les termes.
- Construire les premiers termes d'une suite $u_{n+1} = f(u_n)$ sur la courbe de f ; conjecturer sens de variation et limite.
- Écrire et utiliser un programme Python : liste de termes, recherche d'un seuil avec une boucle while.

Exercice 1 Deux placements

●●○

Le 1^{er} janvier 2026, Lina dispose de 800 euros et hésite entre deux placements.

- Placement A : chaque année, elle ajoute 180 euros sur le compte, sans intérêts. On note a_n le capital (en euros) au 1^{er} janvier 2026 + n ; on admet que $a_n = 800 + 180n$.
- Placement B : chaque année, le capital augmente de 4 % (intérêts), puis elle ajoute 100 euros. On note b_n le capital au 1^{er} janvier 2026 + n , avec $b_0 = 800$.

- 1.1 Calculer a_1, a_2, b_1 et b_2 . Justifier que, pour tout entier naturel n , $b_{n+1} = 1,04 b_n + 100$.
- 1.2 Quelle suite est définie de façon explicite ? par récurrence ? Calculer a_{10} . Peut-on calculer b_{10} de la même façon ?
- 1.3 On admet que tous les termes de (b_n) sont positifs. Exprimer $b_{n+1} - b_n$ en fonction de b_n et en déduire le sens de variation de (b_n) .
- 1.4 À l'aide de la calculatrice (mode suite ou tableur), déterminer l'année à partir de laquelle le placement B devient plus intéressant que le placement A.

```

1 def seuil(S):
2     n = 0
3     b = 800
4     while b < S:
5         n = n + 1
6         b = ...
7     return n

```

1.5 Lina souhaite disposer de 3 000 euros. La fonction ci-contre doit renvoyer le premier rang n tel que $b_n \geq S$. Compléter la ligne 6, puis déterminer l'année où Lina atteindra son objectif avec le placement B.

1.6 Écrire une fonction analogue pour le placement A et comparer.

Exercice 2 Les ventes d'une nouvelle console

●●○

Un fabricant lance une console de jeu. Une étude prévoit que, la n -ième semaine après le lancement ($n \geq 1$), le nombre de consoles vendues sera $v_n = \frac{3000n}{n+4}$.

- 2.1 Calculer v_1, v_6 et v_{16} . Représenter les termes v_1 à v_{10} dans un repère (calculatrice ou tableur).
- 2.2 Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $v_n = 3000 - \frac{12000}{n+4}$.
- 2.3 En déduire le sens de variation de la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = 3000 - \frac{12000}{x+4}$, puis celui de la suite (v_n) .
- 2.4 Calculer v_{100} et v_{1000} . Conjecturer la limite de la suite (v_n) et l'interpréter dans le contexte.

2.5 Déterminer par le calcul à partir de quelle semaine les ventes atteindront au moins 2 900 consoles.

Exercice 3 Un carrelage bordé



Un carreleur réalise des carrés formés de $n \times n$ carreaux blancs, entourés d'une bordure de carreaux gris (figure 1). On note b_n le nombre de carreaux blancs et g_n le nombre de carreaux gris du motif n ($n \geq 1$).

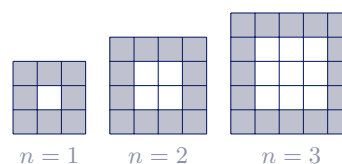


Figure 1 — Les motifs 1, 2 et 3

3.1 Donner b_1, b_2, b_3 et g_1, g_2, g_3 , puis g_4 .

3.2 Justifier que $g_{n+1} = g_n + 4$, puis que $g_n = 4n + 4$.

3.3 Exprimer b_n et le nombre total t_n de carreaux en fonction de n . Vérifier que $t_n = b_n + g_n$.

3.4 Étudier le sens de variation de (b_n) et de (g_n) . Le carreleur dispose de 200 carreaux gris. Quel est le plus grand motif réalisable ? Combien de carreaux blancs faut-il alors ?

3.5 À partir de quel motif y a-t-il plus de carreaux blancs que de carreaux gris ? On résoudra une inéquation du second degré.

Exercice 4 Construction en escalier



Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{2x+3}$. La figure 2 représente f et la droite Δ d'équation $y = x$. On définit les suites (u_n) et (v_n) par $u_0 = 0, v_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$ et $v_{n+1} = f(v_n)$.

4.1 Sur la figure 2, construire sur l'axe des abscisses les termes u_0, u_1, u_2, u_3 , puis v_0, v_1, v_2, v_3 , sans calcul.

4.2 Conjecturer le sens de variation et la limite de chacune des deux suites.

4.3 Calculer à la calculatrice u_1 à u_5 et v_1 à v_5 (valeurs arrondies à 10^{-3}). Les conjectures sont-elles confirmées ?

4.4 Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'équation $f(x) = x$. Quel lien avec la question 4.2 ?

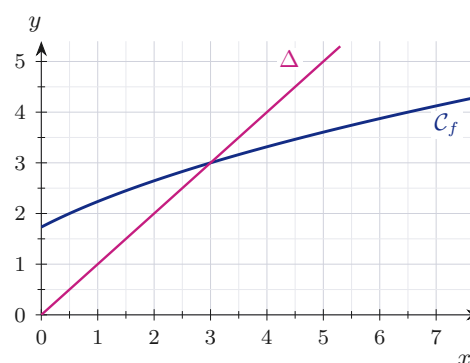


Figure 2 — À compléter

Exercice 5 La suite de Syracuse



On choisit un entier $a \geq 1$ et on définit la suite (s_n) par $s_0 = a$ et, pour tout entier naturel n , $s_{n+1} = \frac{s_n}{2}$ si s_n est pair, $s_{n+1} = 3s_n + 1$ si s_n est impair. Pour toutes les valeurs de a testées à ce jour, elle finit par atteindre 1 (conjecture de Syracuse, jamais démontrée). Le *temps de vol* est le plus petit rang n tel que $s_n = 1$; l'*altitude maximale* est le plus grand des termes.

```

1 def syracuse(a):
2     s = a
3     L = [s]
4     while s != 1:
5         if s % 2 == 0:
6             s = s // 2
7         else:
8             s = ...
9         L.append(s)
10    return L

```

5.1 Calculer à la main les termes de la suite pour $a = 6$, jusqu'à obtenir 1. Donner le temps de vol et l'altitude maximale.

5.2 Compléter la ligne 8 de la fonction ci-contre ($s \% 2$ est le reste de la division de s par 2, $s // 2$ le quotient entier).

5.3 Que renvoie `syracuse(7)` ? En déduire le temps de vol et l'altitude maximale pour $a = 7$.

5.4 Écrire une fonction `vol(a)` qui renvoie le temps de vol, en utilisant `len`.