

Exercices 1 Suites arithmétiques et géométriques

Les bases : reconnaître, terme général, sens de variation, évolutions, sommes

9 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 1 h 30 · calculatrice autorisée

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique, justifier sa nature, donner sa raison.
- Passer de la relation de récurrence au terme général ; étudier le sens de variation.
- Modéliser une évolution à accroissements ou à taux constants ; calculer une somme de termes.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre

- **Arithmétique** de raison r : $u_{n+1} = u_n + r$; $u_n = u_0 + nr = u_p + (n - p)r$. Croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$. Les points $(n ; u_n)$ sont alignés sur la droite d'équation $y = u_0 + rx$.
- **Géométrique** de raison q : $u_{n+1} = qu_n$; $u_n = u_0 q^n$ et, pour $n \geq p$, $u_n = u_p q^{n-p}$. Si $u_0 > 0$: croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$ (sens contraire si $u_0 < 0$). Une évolution de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 + t/100$.
- $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ et, pour $q \neq 1$, $1 + q + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$. Somme de N termes consécutifs : $N \times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}$ (arithmétique) ; $\text{premier} \times \frac{1 - q^N}{1 - q}$ (géométrique).

Exercice 1 Reconnaître

●○○

Voici les premiers termes de six suites. Dire si chacune semble arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre ; préciser alors la raison.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| a) 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 | b) 2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 | c) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 |
| d) 80 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 | e) 5 ; 2 ; -1 ; -4 ; -7 | f) 2 ; 4 ; 8 ; 14 ; 22 |

Exercice 2 Justifier la nature d'une suite

●○○

Les suites suivantes sont définies pour tout entier naturel n . Pour chacune, calculer les trois premiers termes, puis démontrer qu'elle est arithmétique ou géométrique (en donnant sa raison et son premier terme), ou justifier qu'elle ne l'est pas.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|
| a) $u_n = 5 - 3n$ | b) $v_n = 3^{n+1}$ | c) $w_n = n^2 + 1$ | d) $t_n = \frac{7}{2^n}$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|

Exercice 3 Terme général d'une suite arithmétique

●○○

- 3.1** (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -4$ et de raison 3. Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_{20} .
- 3.2** (v_n) est la suite arithmétique définie pour $n \geq 1$, de premier terme $v_1 = 12$ et de raison $-2,5$. Exprimer v_n en fonction de n , puis calculer v_{15} .
- 3.3** (w_n) est une suite arithmétique telle que $w_5 = 17$ et $w_{12} = 45$. Déterminer sa raison et w_0 , puis le rang n pour lequel $w_n = 197$.

Exercice 4 Terme général d'une suite géométrique

●○○

- 4.1 (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2. Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_{10} .
- 4.2 (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1\,000$ et de raison 0,9. Calculer v_4 , puis v_5 à partir de $v_3 = 729$.
- 4.3 (w_n) est une suite géométrique à termes positifs telle que $w_2 = 18$ et $w_5 = 486$. Déterminer sa raison, son premier terme w_0 , puis l'expression de w_n .

Exercice 5 De la récurrence à la forme explicite

●●○

- 5.1 Soit (u_n) définie par $u_0 = 50$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 7$. Préciser la nature de (u_n) , exprimer u_n en fonction de n , puis déterminer le premier terme strictement négatif.
- 5.2 Soit (v_n) définie par $v_0 = 64$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 1,5 v_n$. Préciser la nature de (v_n) , exprimer v_n en fonction de n et calculer v_4 .

Exercice 6 Sens de variation

●○○

Donner, en justifiant, le sens de variation de chacune des suites définies pour tout entier naturel n .

- a) $a_n = 12 - 0,5n$ b) $b_n = 3 \times 1,2^n$ c) $c_n = -2 \times 3^n$
 d) $d_n = 5 \times 0,8^n$ e) $e_n = 2n - \frac{7}{3}$ f) $f_n = -4 \times 0,5^n$

Exercice 7 Évolutions et coefficient multiplicateur

●○○

- 7.1 Recopier et compléter le tableau.

Évolution	+3 %	-5 %	+120 %	-0,5 %	...	...	...	...
Coefficient multiplicateur	...	...	...	...	1,07	0,88	2	0,999

- 7.2 Le loyer mensuel d'un appartement est de 700 euros en 2026 et augmente de 2 % chaque année. On note L_n le loyer mensuel en l'année 2026 + n . Justifier que (L_n) est géométrique, exprimer L_n en fonction de n et calculer le loyer en 2031, arrondi au centime.

Exercice 8 Calculer des sommes

●●○

- 8.1 Calculer $S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ et $S_2 = 1 + 2 + 3 + \dots + 1\,000$.
- 8.2 Combien la somme $S_3 = 3 + 7 + 11 + \dots + 79$ compte-t-elle de termes ? Calculer S_3 .
- 8.3 Calculer $S_4 = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{10}$ et $S_5 = 5 + 10 + 20 + 40 + \dots + 640$.

Exercice 9 Points alignés ou non ?

●●○

On a représenté ci-contre les cinq premiers termes de deux suites (u_n) (points ronds) et (v_n) (points carrés). L'une est arithmétique, l'autre géométrique.

- 9.1 Lire les valeurs de u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 , puis celles de v_0, v_1, v_2, v_3, v_4 .
- 9.2 Laquelle des deux suites est arithmétique ? Comment le voit-on sur le graphique ? Préciser sa raison et l'équation de la droite qui porte ses points.
- 9.3 Déterminer la raison de l'autre suite.
- 9.4 Exprimer u_n et v_n en fonction de n , puis calculer u_{10} et v_{10} . Commenter.

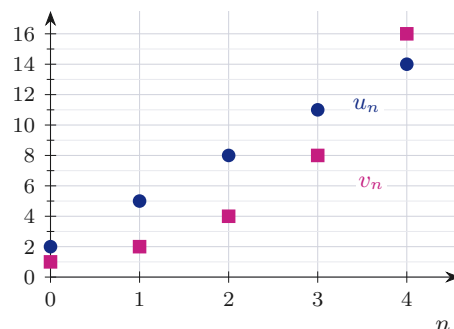


Figure 1 — Les suites (u_n) et (v_n)