

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 3

Exercices 2 Suites arithmétiques et géométriques

Application : placements, forage, deux villes, gobelets, rebonds, panneaux solaires

6 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Modéliser une croissance linéaire ou exponentielle par une suite ; comparer les deux modèles.
- Calculer et interpréter une somme de termes ; déterminer un seuil (calcul, calculatrice, Python).

Exercice 1 Intérêts simples ou intérêts composés?

●●○

Le 1^{er} janvier 2026, Maëlle place 8 000 euros au taux annuel de 3 %. Elle hésite entre des *intérêts simples* (placement S : chaque année, on ajoute 3 % du capital *initial*) et des *intérêts composés* (placement C : chaque année, on ajoute 3 % du capital *de l'année précédente*). On note S_n et C_n les capitaux, en euros, au 1^{er} janvier 2026 + n , avec $S_0 = C_0 = 8\,000$.

- 1.1 Calculer S_1 , S_2 , C_1 et C_2 .
- 1.2 Préciser la nature des suites (S_n) et (C_n) , puis exprimer S_n et C_n en fonction de n .
- 1.3 Comparer les capitaux obtenus avec chaque placement au bout de 10 ans (arrondir au centime).
- 1.4 Pour chaque placement, déterminer au bout de combien d'années le capital aura doublé.
- 1.5 Quel taux annuel faudrait-il proposer pour que le placement à intérêts simples double le capital en 20 ans ?

Exercice 2 Le forage d'un puits

●●○

Une entreprise facture le forage d'un puits au mètre : le premier mètre coûte 100 euros, puis chaque mètre supplémentaire coûte 5 euros de plus que le précédent, car il est plus profond. Pour tout entier $n \geq 1$, on note c_n le prix, en euros, du n -ième mètre foré et $T_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n$ le coût total d'un puits de n mètres.

- 2.1 Calculer c_2 et c_3 . Préciser la nature de la suite (c_n) , exprimer c_n en fonction de n et calculer c_{40} .
- 2.2 Calculer le coût total d'un puits de 40 mètres.
- 2.3 Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $T_n = 2,5n^2 + 97,5n$.
- 2.4 Un agriculteur dispose d'un budget de 10 000 euros. Quelle profondeur maximale, en mètres entiers, peut-il faire forer ?

Exercice 3 Deux villes, deux modèles

●●○

Le tableau donne la population de deux villes A et B au 1^{er} janvier des années 2020 à 2023.

Année	2020	2021	2022	2023
Ville A	18 000	18 540	19 080	19 620
Ville B	15 000	15 600	16 224	16 873

On note a_n et b_n les populations des villes A et B en l'année 2020 + n .

```

1 def annee():
2     n = 0
3     a = 18000
4     b = 15000
5     while b <= a:
6         n = n + 1
7         a = a + 540
8         b = 1.04 * b
9     return 2020 + n

```

- 3.1 Calculer les accroissements annuels, puis les taux d'évolution annuels (arrondis à 0,1 %) de chaque population. Quel modèle, linéaire ou exponentiel, convient à chaque ville ?

- 3.2** On admet que (a_n) est arithmétique de raison 540 et que (b_n) est géométrique de raison 1,04. Exprimer a_n et b_n en fonction de n , puis estimer la population de chaque ville en 2030.
- 3.3** Expliquer ce que renvoie la fonction Python `annee` ci-dessus, puis déterminer cette valeur à la calculatrice.
- 3.4** Une ville C comptait 30 000 habitants en 2020 et gagne 1 000 habitants par an. Si les modèles restent valables, la ville B dépassera-t-elle la ville C ? Si oui, en quelle année ? Commenter.

Exercice 4 Une pyramide de gobelets



Des élèves empilent des gobelets en pyramide : l'étage du bas compte n gobelets, l'étage suivant $n - 1$, et ainsi de suite jusqu'à un seul gobelet au sommet. La figure 1 montre une pyramide de 4 étages.

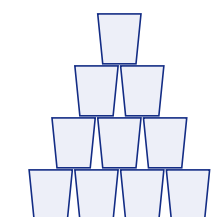


Figure 1 — Pyramide de 4 étages

- 4.1** Combien de gobelets compte la pyramide de la figure 1 ? et une pyramide de 10 étages ?
- 4.2** Exprimer, en fonction de n , le nombre G_n de gobelets d'une pyramide de n étages.
- 4.3** Les élèves disposent de 300 gobelets. Montrer qu'ils peuvent construire une pyramide en les utilisant tous. Combien d'étages aura-t-elle ?
- 4.4** Avec 1 000 gobelets, quelle est la plus haute pyramide réalisable ? Combien reste-t-il de gobelets ?

Exercice 5 Les rebonds d'une balle



On lâche une balle d'une hauteur de 128 cm. À chaque rebond, elle remonte aux trois quarts de sa hauteur précédente. On note $h_0 = 128$ et, pour $n \geq 1$, h_n la hauteur maximale, en cm, atteinte après le n -ième rebond. La figure 2 représente les premiers termes de la suite (h_n) .

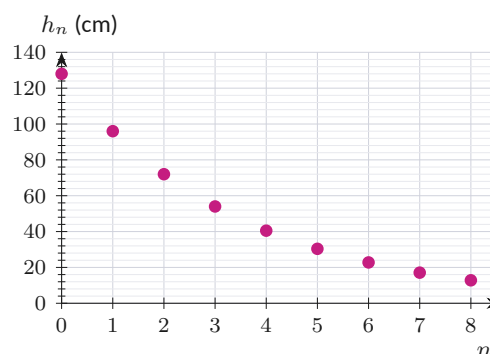


Figure 2 — Hauteurs successives

- 5.1** Lire h_1 et h_2 sur la figure. Justifier que (h_n) est géométrique et exprimer h_n en fonction de n .
- 5.2** Calculer la hauteur atteinte après le 10^e rebond, arrondie au mm.
- 5.3** À partir de quel rebond la balle remonte-t-elle à moins de 10 cm ?
- 5.4** Calculer $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5$ à l'aide d'une formule du cours. En déduire la distance totale parcourue par la balle entre le moment où on la lâche et le moment où elle touche le sol pour la sixième fois.

Exercice 6 Rentabiliser des panneaux solaires



Une installation de panneaux solaires coûte 9 000 euros. Elle produit 4 000 kWh la première année, puis sa production baisse de 0,5 % par an (vieillesse des panneaux). Pour tout entier $n \geq 1$, on note p_n la production, en kWh, de la n -ième année.

- 6.1** Calculer p_2 et p_3 . Justifier que (p_n) est géométrique et exprimer p_n en fonction de n .
- 6.2** Calculer la production de la 25^e année, arrondie au kWh.
- 6.3** Que renvoie `cumul(N)` ? Calculer, à l'aide d'une formule du cours, la production totale sur 25 ans, arrondie au kWh.
- 6.4** Chaque kWh produit fait économiser 0,13 euro. Écrire une fonction Python `rentable()` qui renvoie le nombre d'années nécessaires pour que les économies cumulées dépassent le prix de l'installation ; déterminer ce nombre.

```
1 def cumul(N):
2     p = 4000
3     S = 0
4     for k in range(N):
5         S = S + p
6         p = 0.995 * p
7     return S
```