

Exercices 2

 Second degré

Application : racines imposées, choix de la forme, factorisations, équations, signe, lecture graphique, recette

7 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h · sans calculatrice



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Déterminer les trinômes qui s'annulent en deux réels donnés ; factoriser en choisissant la stratégie la plus rapide.
- Choisir la forme d'un trinôme (développée, canonique ou factorisée) la mieux adaptée à la question posée.
- Résoudre des équations et des inéquations qui se ramènent au second degré, à l'aide d'un tableau de signes.
- Exploiter une représentation graphique et modéliser un problème concret par un trinôme.

Exercice 1 Trinômes dont les racines sont imposées

●●○

- 1.1** Déterminer, sous forme factorisée, tous les trinômes du second degré qui s'annulent en -2 et en 5 .
- 1.2** Parmi eux, déterminer le trinôme f tel que $f(0) = 20$, puis donner sa forme développée.
- 1.3** Déterminer le trinôme g dont les racines sont $\frac{1}{2}$ et 3 et dont le coefficient de x^2 vaut 2 . Vérifier que ses coefficients sont entiers.
- 1.4** Existe-t-il un trinôme h qui s'annule en 1 et en 4 et tel que $h(2) = 5$ et $h(3) = 7$? Justifier.

Exercice 2 Choisir la forme adaptée

●●○

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et les trois expressions suivantes :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6 \qquad f(x) = 2(x - 1)^2 - 8 \qquad f(x) = 2(x + 1)(x - 3).$$

- 2.1** Démontrer que ces trois expressions sont égales pour tout réel x .
- 2.2** En choisissant à chaque fois l'expression la plus adaptée, répondre aux questions suivantes.
- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) Calculer $f(0)$ et $f(1)$. | b) Déterminer les racines de f . |
| c) Résoudre l'équation $f(x) = -6$. | d) Résoudre l'équation $f(x) = 10$. |
| e) Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$. | f) Déterminer le minimum de f sur $\mathbb{R}$. |
- 2.3** Justifier, à partir de la forme canonique, que f est décroissante sur $]-\infty ; 1]$ et croissante sur $[1 ; +\infty[$.

Exercice 3 Factoriser en diversifiant les stratégies

●●○

Factoriser chaque trinôme en précisant la méthode utilisée : racine évidente, somme et produit des racines, identité remarquable ou discriminant.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 + 4x - 5$ | b) $x^2 - 11x + 30$ | c) $9x^2 - 30x + 25$ | d) $(2x + 1)^2 - (x - 3)^2$ |
| e) $3x^2 + 2x - 5$ | f) $6x^2 - x - 2$ | g) $-x^2 + 9x - 8$ | h) $2x^2 + 2026x + 2024$ |

Exercice 4 Équations qui se ramènent au second degré



Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, après avoir précisé, s'il y a lieu, les valeurs interdites.

- a) $(x+1)^2 = 3x+7$ b) $x + \frac{6}{x} = 5$
- c) $(x-1)(x^2 - 7x + 12) = 0$ d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{4}{3}$

Exercice 5 Signe d'un produit, d'un quotient



5.1 On pose $P(x) = (3-x)(x^2 + 2x - 8)$ pour tout réel x .

- a) Déterminer les racines du trinôme $x^2 + 2x - 8$.
- b) Recopier et compléter le tableau de signes ci-dessous, puis résoudre l'inéquation $P(x) \leq 0$.

x	$-\infty$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$+\infty$
$3 - x$					
$x^2 + 2x - 8$					
$P(x)$					

5.2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x(x+1) > 12$.

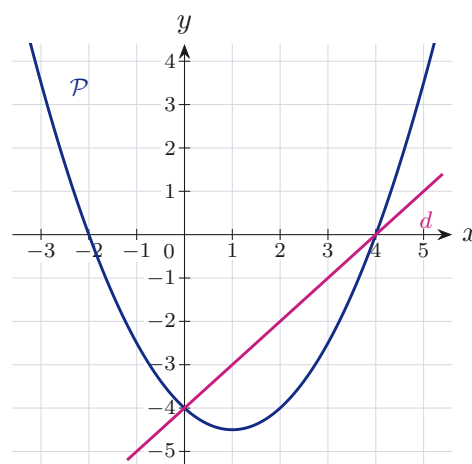
5.3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{x^2 - x - 6}{x - 1} \geq 0$ à l'aide d'un tableau de signes.

Exercice 6 Une parabole et une droite



Dans le repère ci-contre, $\mathcal{P}$ est la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré f et d est une droite.

- 6.1 Lire graphiquement les racines de f , la valeur de $f(0)$ et les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et d .
- 6.2 Justifier que $f(x) = a(x+2)(x-4)$, puis déterminer a .
- 6.3 Déterminer l'équation réduite de la droite d .
- 6.4 Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x - 4$, puis retrouver ce résultat par le calcul.
- 6.5 Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{9}{2}$. En déduire le minimum de f et la valeur de x en laquelle il est atteint. Est-ce cohérent avec le graphique ?



Exercice 7 Optimiser la recette d'une salle de concert



Une salle de concert propose des places à 20 euros; elle accueille alors 600 spectateurs par soirée. Une étude montre que chaque augmentation du prix de 1 euro fait perdre 20 spectateurs. On note x le nombre d'augmentations de 1 euro, avec $0 \leq x \leq 30$, et $R(x)$ la recette d'une soirée, en euros.

- 7.1 Calculer la recette pour $x = 0$ puis pour $x = 10$.
- 7.2 Justifier que $R(x) = (20+x)(600-20x)$, puis que $R(x) = -20x^2 + 200x + 12\,000$.
- 7.3 Montrer que $R(x) = -20(x-5)^2 + 12\,500$. En déduire le prix du billet qui rend la recette maximale, ainsi que le nombre de spectateurs et la recette correspondants.
- 7.4 Pour quels prix du billet la recette est-elle supérieure ou égale à 12 000 euros ?