

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 4



R. RINGUET · 2026 – 2027

Sujet type épreuve anticipée

Nombre dérivé et tangente

Partie 1 : douze questions d'automatismes — Partie 2 : distance de freinage, tangentes issues de l'origine, adhérents d'un club

Durée : 2 h · sans calculatrice · QCM et 3 exercices · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

L'usage de la calculatrice est interdit. Le sujet comporte deux parties indépendantes. **Partie 1** : pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte ; indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, sans justification. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Partie 2** : les réponses doivent être justifiées ; la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent dans l'appréciation des copies.

Partie 1 — Automatismes (6 points)

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○○

- 1.1** Le nombre $(2^3)^2 \times 2^{-4}$ est égal à :
- a) 2^{10} b) 4 c) $\frac{1}{4}$ d) 1
- 1.2** Le nombre $(\sqrt{3} + 1)^2$ est égal à :
- a) 4 b) $3 + 2\sqrt{3}$ c) $2 + 2\sqrt{3}$ d) $4 + 2\sqrt{3}$
- 1.3** Pour tout réel x , l'expression $(2x + 1)^2 - 16$ est égale à :
- a) $(2x - 3)(2x + 5)$ b) $(2x - 15)(2x + 17)$
c) $(2x + 5)^2$ d) $(2x - 4)(2x + 4)$
- 1.4** La somme $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ est égale à :
- a) $\frac{8}{10}$ b) $\frac{15}{24}$ c) $\frac{19}{12}$ d) $\frac{19}{24}$
- 1.5** L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(x + 2)^2 = 9$ est :
- a) $\{1\}$ b) $\{-1 ; 5\}$ c) $\{7 ; -11\}$ d) $\{1 ; -5\}$
- 1.6** Le prix d'un vélo augmente de 50 %, puis baisse de 40 %. Sur l'ensemble des deux évolutions, le prix :
- a) augmente de 10 % b) baisse de 10 % c) reste stable d) baisse de 90 %
- 1.7** À un devoir, les 15 filles d'une classe ont 12 de moyenne et les 10 garçons 10. La moyenne de la classe est :
- a) 11 b) 10,8 c) 11,5 d) 11,2
- 1.8** A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$. Alors $P(A \cup B)$ est égale à :
- a) 0,7 b) 0,9 c) 0,2 d) 0,5

- 1.9** La droite passant par le point $A(2; 1)$ et de coefficient directeur -3 a pour équation réduite :
- a) $y = -3x + 1$ b) $y = 2x - 7$ c) $y = -3x + 7$ d) $y = -3x - 5$

- 1.10** La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-contre représente une fonction f ; les droites tracées sont les tangentes à $\mathcal{C}_f$ aux points A , B et C d'abscisses -2 , 0 et 2 . Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal à :

- a) 1 b) 2 c) $-\frac{1}{2}$ d) -2

- 1.11** Avec la même figure, une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point C est :

- a) $y = 2x + 2$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$
c) $y = 2x$ d) $y = 2x - 2$

- 1.12** Une fonction g vérifie $g(5) = 3$ et $g'(5) = -2$. L'approximation affine de $g(5,1)$ est :

- a) $3,2$ b) $2,8$ c) $2,98$ d) 1

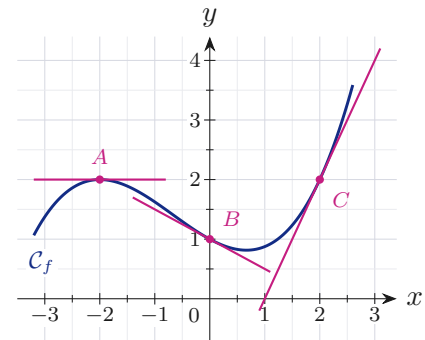


Figure 1 — Questions 1.10 et 1.11

Partie 2 — Exercices (14 points)

Exercice 2 Distance de freinage

6 pts ●●○

Sur une route mouillée, un automobiliste freine en urgence à l'instant $t = 0$. On admet que la distance, en mètres, parcourue par la voiture t secondes après le début du freinage est $d(t) = 24t - 2t^2$, pour $t \in [0; 6]$. La courbe de la fonction d est représentée sur la figure 2.

Partie A — Lectures graphiques

- 2.1** Lire la distance parcourue au bout de 2 secondes, puis la distance totale de freinage.
- 2.2** La droite T tracée est la tangente à la courbe au point d'abscisse 2. Lire son coefficient directeur, en expliquant la méthode. Que représente ce nombre pour la voiture ?

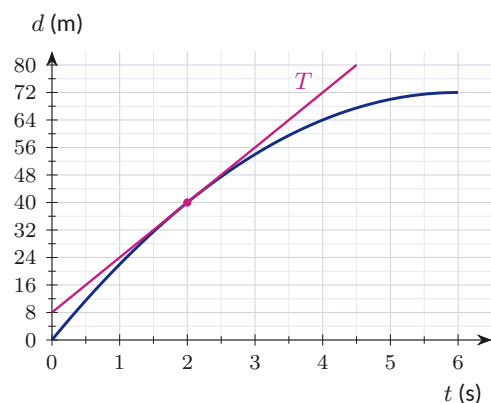


Figure 2 — Distance parcourue pendant le freinage

Partie B — Vitesse instantanée

- 2.3** Soit $t \in [0; 6]$ et h un réel non nul. Montrer que $\frac{d(t+h) - d(t)}{h} = 24 - 4t - 2h$. En déduire que la vitesse de la voiture à l'instant t , en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, est $v(t) = d'(t) = 24 - 4t$.
- 2.4** Calculer la vitesse de la voiture au début du freinage, puis la convertir en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Sur cette route, la vitesse est limitée à $80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$: l'automobiliste était-il en infraction ?
- 2.5** Calculer $v(6)$ et interpréter. Quelle particularité présente la tangente à la courbe au point d'abscisse 6 ?
- 2.6** À quel instant la vitesse de la voiture est-elle égale à la moitié de sa vitesse initiale ? Quelle distance la voiture a-t-elle alors parcourue ? Quelle proportion de la distance de freinage cela représente-t-il ?

Partie C — Approximation affine

- 2.7** Déterminer une équation de la tangente T et vérifier qu'elle correspond à la droite tracée.
- 2.8** À l'aide de l'approximation affine au voisinage de 2, donner une valeur approchée de $d(2,1)$. Calculer la valeur exacte de $d(2,1)$ et comparer.

Exercice 3 Tangentes issues de l'origine

4 pts ●●○

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + 4$, et $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère d'origine O .

- 3.1** Déterminer la forme canonique de $f(x)$. En déduire les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}_f$.
- 3.2** Soit a un réel. Montrer que, pour tout réel $h \neq 0$, $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 2a - 2 + h$. En déduire $f'(a)$, puis vérifier que la tangente à $\mathcal{C}_f$ en S est parallèle à l'axe des abscisses.
- 3.3** Montrer que la tangente T_a à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a a pour équation $y = (2a - 2)x - a^2 + 4$.
- 3.4** Déterminer les valeurs de a pour lesquelles T_a passe par l'origine O du repère, puis les équations des tangentes à $\mathcal{C}_f$ passant par O .
- 3.5** Démontrer qu'aucune tangente à $\mathcal{C}_f$ ne passe par le point $K(1; 4)$.

Exercice 4 Les adhérents d'un club d'escalade

4 pts ●●○

Un club d'escalade compte 200 adhérents en 2026. Chaque année, 80 % des adhérents renouvellent leur adhésion et 60 nouvelles personnes s'inscrivent. On note u_n le nombre d'adhérents en l'année $2026 + n$; ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 60$.

■ DONNÉES — Valeurs approchées utiles $0,8^{10} \approx 0,107$ • $0,8^{11} \approx 0,086$

- 4.1** Calculer u_1 et u_2 . La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 4.2** On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 300$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire que $u_n = 300 - 100 \times 0,8^n$.
- 4.3** Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) . Le nombre d'adhérents peut-il dépasser 300 ?
- 4.4** Le club pourra ouvrir un second créneau lorsqu'il comptera au moins 290 adhérents. En quelle année cela se produira-t-il ?
- 4.5** Recopier et compléter les lignes 4 et 6 de la fonction Python ci-contre pour qu'elle renvoie l'année à partir de laquelle le club compte au moins s adhérents, où s est un nombre inférieur à 300. Que renvoie `annee(250)` ?

```
1 def annee(s):  
2     n = 0  
3     u = 200  
4     while .....:  
5         n = n + 1  
6         u = .....  
7     return 2026 + n
```