

Sujet type épreuve anticipée

Géométrie repérée

Partie 1 : douze questions d'automatismes — Partie 2 : un triangle inscrit dans un cercle, le bénéfice d'une entreprise, la préparation d'un marathon

Durée : 2 h · sans calculatrice · QCM et 3 exercices · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

L'usage de la calculatrice est interdit. Le sujet comporte deux parties indépendantes. **Partie 1** : pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte ; indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, sans justification. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Partie 2** : les réponses doivent être justifiées ; la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent dans l'appréciation des copies.

Partie 1 — Automatismes (6 points)

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

6 pts ●○○○

1.1 Le nombre $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{4}$ est égal à :

a) $\frac{25}{24}$

b) $\frac{8}{25}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

1.2 Le nombre $0,002 \times 3 \times 10^5$ est égal à :

a) 6×10^3

b) 6×10^8

c) 6×10^{-2}

d) 6×10^2

1.3 Le nombre $\sqrt{75} - \sqrt{27}$ est égal à :

a) $2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{48}$

c) $8\sqrt{3}$

d) 6

1.4 Pour tout réel x , l'expression $(x - 1)(x + 4) - 3(x - 1)$ est égale à :

a) $(x - 1)(x + 7)$

b) $(x - 1)(x + 1)$

c) $x^2 + 3x - 7$

d) $(x - 1)(3x + 4)$

1.5 L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $2x - 7 \geq 5x + 2$ est :

a) $[-3; +\infty[$

b) $] -\infty; 3]$

c) $] -\infty; -3]$

d) $[3; +\infty[$

1.6 Après une remise de 30 %, un manteau coûte 84 euros. Avant la remise, il coûtait :

a) 109,20 euros

b) 114 euros

c) 117,60 euros

d) 120 euros

1.7 Le prix d'un forfait baisse de 10 %, puis à nouveau de 10 %. Sur l'ensemble des deux baisses, le prix a baissé de :

a) 20 %

b) 19 %

c) 21 %

d) 1 %

- 1.8** Le tableau ci-dessous donne le nombre d'enfants des 20 familles d'un immeuble. La médiane de cette série est :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Nombre de familles	3	5	6	4	2

- a) 1,85 b) 2 c) 2,5 d) 6

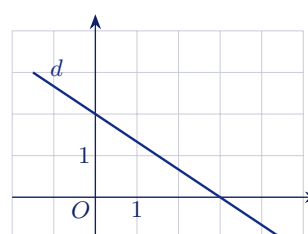
- 1.9** Le tableau ci-dessous répartit les 250 adhérents d'un club de natation. On choisit un adhérent au hasard. La probabilité qu'il fasse de la compétition, sachant qu'il est mineur, est :

	Compétition	Loisir	Total
Adultes	30	120	150
Mineurs	60	40	100
Total	90	160	250

- a) 0,24 b) 0,36 c) 0,6 d) $\frac{2}{3}$

- 1.10** Dans le repère orthonormé ci-contre, la droite d a pour équation :

- a) $3x + 2y - 6 = 0$ b) $2x - 3y + 6 = 0$
c) $3x + 2y - 4 = 0$ d) $2x + 3y - 6 = 0$



- 1.11** Un vecteur normal à la droite d'équation $2x - 5y + 1 = 0$ est :

- a) $\vec{n}_1(-4; 10)$ b) $\vec{n}_2(5; 2)$
c) $\vec{n}_3(2; 5)$ d) $\vec{n}_4(-5; -2)$

- 1.12** Dans un repère orthonormé, l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$ est le cercle :

- a) de centre $(3; -1)$ et de rayon 5 b) de centre $(-3; 1)$ et de rayon 5
c) de centre $(-3; 1)$ et de rayon 25 d) de centre $(-3; 1)$ et de rayon $\sqrt{15}$

Partie 2 — Exercices (14 points)

Exercice 2 Un triangle inscrit dans un cercle

6 pts ●●○

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-3; -1)$, $B(5; -1)$ et $C(4; 6)$ (figure 1), ainsi que l'ensemble Γ des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0.$$

Partie A — Le cercle Γ

- 2.1** Démontrer que Γ est un cercle dont on précisera le centre K et le rayon.
- 2.2** Vérifier que les points A , B et C appartiennent à Γ . Que représente le point K pour le triangle ABC ?
- 2.3** Déterminer les points d'intersection de Γ avec la droite d'équation $y = -1$, puis avec la droite d'équation $x = 6$. Que peut-on dire de la droite d'équation $x = 6$?
- 2.4** Déterminer une équation cartésienne de la tangente T au cercle Γ au point C .

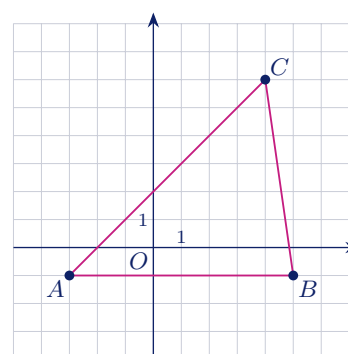


Figure 1 — Le triangle ABC

Partie B — Orthocentre et aire du triangle ABC

- 2.5** Justifier que la hauteur issue de C dans le triangle ABC a pour équation $x = 4$. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de A , puis les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC .
- 2.6** Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal P de C sur la droite (AB) . En déduire la distance du point C à la droite (AB) , puis l'aire du triangle ABC .
- 2.7** On note H' le symétrique de H par rapport à la droite (AB) . Démontrer que H' appartient au cercle Γ .

Exercice 3 Le bénéfice d'une entreprise

4 pts ●●○

Une entreprise fabrique chaque jour entre 0 et 1 000 gourdes isothermes. Lorsqu'elle en fabrique x centaines, avec $x \in [0 ; 10]$, son bénéfice journalier, en dizaines d'euros, est modélisé par

$$B(x) = -x^3 + 9x^2 + 48x - 100.$$

On admet que toute la production est vendue.

- 3.1** Calculer $B(0)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 3.2** On note B' la fonction dérivée de B . Démontrer que, pour tout réel x de $[0 ; 10]$, $B'(x) = -3(x-8)(x+2)$.
- 3.3** Étudier le signe de $B'(x)$ sur $[0 ; 10]$ et dresser le tableau de variations de la fonction B sur $[0 ; 10]$, en précisant les valeurs aux bornes.
- 3.4** Combien de gourdes l'entreprise doit-elle fabriquer chaque jour pour que son bénéfice soit maximal ? Quel est alors ce bénéfice, en euros ?
- 3.5** Calculer $B(1)$ et $B(2)$. On admet que l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0 ; 10]$. Donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs et interpréter.

Exercice 4 La préparation d'un marathon

4 pts ●●○

Pour préparer un marathon, Inès et Hugo augmentent chaque semaine la distance qu'ils parcourent en courant.

- Inès court 20 km la première semaine, puis augmente chaque semaine sa distance de 3 km. On note u_n la distance, en kilomètres, parcourue par Inès la semaine $n + 1$; ainsi $u_0 = 20$.
 - Hugo court 16 km la première semaine, puis augmente chaque semaine sa distance de 50 %. On note v_n la distance, en kilomètres, parcourue par Hugo la semaine $n + 1$; ainsi $v_0 = 16$.
- 4.1** Calculer u_1 et u_2 . Préciser la nature de la suite (u_n) , puis exprimer u_n en fonction de n .
- 4.2** Au cours de quelle semaine Inès courra-t-elle pour la première fois au moins 50 km ?
- 4.3** Calculer la distance totale parcourue par Inès au cours des 11 premières semaines.
- 4.4** Préciser la nature de la suite (v_n) et exprimer v_n en fonction de n . Calculer v_1 , v_2 et v_3 . Au cours de quelle semaine Hugo courra-t-il pour la première fois au moins 50 km ?
- 4.5** Hugo affirme : « Si je continue ainsi, je courrai plus de 150 km la semaine 6. » A-t-il raison ? Que penser de ce modèle à long terme ?