

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 10



R. RINGUET · 2026 – 2027

Exercices 1 Géométrie repérée

Les bases : vecteur normal, équations de droites, projeté orthogonal, équations de cercles

8 exercices · niveau ●○○ · durée conseillée : 2 h · sans calculatrice

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Utiliser un vecteur normal : équations de droites (hauteur, médiatrice, tangente), parallélisme et orthogonalité, projeté orthogonal, distance d'un point à une droite.
- Déterminer et reconnaître une équation de cercle ; déterminer l'intersection d'un cercle et d'une droite parallèle à un axe.

■ RAPPEL — Le formulaire du chapitre (repère orthonormé)

- Un vecteur $\vec{n}$ non nul est **normal** à une droite d s'il est orthogonal à un vecteur directeur de d . La droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$. Si $\vec{n}(a; b)$ est normal à d , alors d a une équation de la forme $ax + by + c = 0$; réciproquement, la droite d'équation $ax + by + c = 0$ admet $\vec{n}(a; b)$ pour vecteur normal et $\vec{u}(-b; a)$ pour vecteur directeur.
- Si $b \neq 0$, l'équation $ax + by + c = 0$ équivaut à $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ (équation réduite) ; si $b = 0$, la droite est parallèle à l'axe des ordonnées. Deux droites sont **perpendiculaires** si, et seulement si, leurs vecteurs normaux sont orthogonaux ; elles sont **parallèles** si, et seulement si, leurs vecteurs normaux sont colinéaires.
- Le **projeté orthogonal** H d'un point A sur une droite d de vecteur normal $\vec{n}$ est le point de d tel que $\overrightarrow{AH}$ soit colinéaire à $\vec{n}$; la distance de A à d est la longueur AH .
- Le cercle de centre $\Omega(x_0; y_0)$ et de rayon r a pour équation $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$. Le cercle de diamètre $[AB]$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. La tangente à un cercle de centre Ω en un point T est la droite passant par T de vecteur normal $\overrightarrow{\Omega T}$.

Exercice 1 Vecteurs normaux et vecteurs directeurs

●○○

- 1.1** Pour chacune des droites suivantes, donner un vecteur normal, un vecteur directeur et un point.
- a) $d_1 : 2x + 3y - 6 = 0$ b) $d_2 : x - 4y + 8 = 0$ c) $d_3 : 5x - y = 0$
d) $d_4 : x + 3 = 0$ e) $d_5 : y = 2x - 7$ f) $d_6 : 3y + 4 = 0$
- 1.2** Parmi les vecteurs $\vec{u}(6; -4)$, $\vec{v}(-2; -3)$, $\vec{w}(3; 2)$ et $\vec{t}(-4; -6)$, lesquels sont normaux à la droite d_1 ? Lesquels sont des vecteurs directeurs de d_1 ? Les points $A(3; 0)$ et $B(-1; 2)$ appartiennent-ils à d_1 ?

Exercice 2 Une droite, un point et un vecteur normal

●○○

- 2.1** Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point donné et de vecteur normal $\vec{n}$ (pour a), traduire $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$; pour les suivantes, utiliser la forme $ax + by + c = 0$).
- a) $A(2; -1), \vec{n}(3; 4)$ b) $B(-3; 5), \vec{n}(1; -2)$
c) $C(4; -2), \vec{n}(0; 3)$ d) $D(-1; -6), \vec{n}(-5; 2)$
- 2.2** Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $E(1; 4)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -5)$.

Exercice 3 Équation cartésienne et équation réduite

●○○

3.1 Déterminer l'équation réduite de chacune des droites suivantes.

a) $4x - 2y + 6 = 0$ b) $3x + 5y - 10 = 0$ c) $-x + 3y + 9 = 0$ d) $6x - 3 = 0$

3.2 Donner une équation cartésienne à coefficients entiers de : $y = -2x + 5$; $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$; $y = 4$.**Exercice 4 Parallèles ou perpendiculaires ?**

●○○

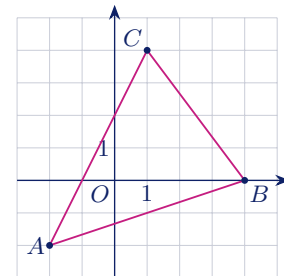
4.1 Dans chaque cas, dire si les droites d et d' sont parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre.

a) $d : 2x - y + 3 = 0$ et $d' : -4x + 2y + 1 = 0$ b) $d : x + 3y - 2 = 0$ et $d' : 3x - y + 5 = 0$

c) $d : y = 2x - 1$ et $d' : x + 2y = 0$ d) $d : 3x + 2y - 1 = 0$ et $d' : 2x + 3y + 4 = 0$

4.2 Soit $\Delta : 3x - 4y + 2 = 0$ et, pour m réel, $\Delta_m : mx + 2y - 1 = 0$. Déterminer m pour que Δ_m soit perpendiculaire, puis parallèle, à Δ . Donner une équation de la perpendiculaire à Δ passant par $P(2; 3)$.**Exercice 5 Hauteurs et médiatrice d'un triangle**

●●○

On considère les points $A(-2; -2)$, $B(4; 0)$ et $C(1; 4)$ (figure 1).**5.1** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et du milieu I de $[AB]$. En déduire une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$.**5.2** Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de C dans le triangle ABC , puis de la hauteur issue de A .**5.3** En déduire les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC , et vérifier par un calcul que H appartient à la hauteur issue de B . Contrôler sur la figure.Figure 1 — Le triangle ABC **Exercice 6 Écrire une équation de cercle**

●○○

6.1 Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}_1$ de centre $\Omega(2; -3)$ et de rayon 5, et la développer. Quels des points $A(5; 1)$, $B(-2; 0)$ et $C(6; -1)$ sont sur $\mathcal{C}_1$? Donner une équation de la tangente à $\mathcal{C}_1$ en A .**6.2** Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}_2$ de centre $K(-1; 4)$ passant par le point $L(1; 1)$.**6.3** Donner une équation du cercle $\mathcal{C}_3$ de diamètre $[EF]$, où $E(-1; 2)$ et $F(3; -2)$, de deux façons : avec son centre et son rayon; avec $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$.**6.4** Déterminer les points d'intersection éventuels du cercle $\mathcal{C}_1$ avec chacune des droites d'équations $x = 5$, $y = 2$ et $x = -4$. Que peut-on dire de la droite d'équation $y = 2$?**Exercice 7 Cercle, point ou ensemble vide ?**

●●○

Pour chacune des équations suivantes, déterminer, à l'aide de la forme canonique (complétion du carré), la nature de l'ensemble des points $M(x; y)$ qui la vérifient; s'il s'agit d'un cercle, préciser son centre et son rayon.

a) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 10y = 0$ c) $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 17 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 20 = 0$ e) $x^2 + y^2 + x - y - \frac{1}{2} = 0$ f) $2x^2 + 2y^2 - 12x + 8y + 10 = 0$

Exercice 8 Projeté orthogonal et distance à une droite

●●○

On considère la droite d d'équation $2x - y + 1 = 0$ et le point $A(3; 2)$.**8.1** Donner un vecteur normal $\vec{n}$ à d et vérifier que $A \notin d$. Le projeté orthogonal H de A sur d vérifie $\overrightarrow{AH} = t\vec{n}$, où t est un réel : en déduire que $H(3 + 2t; 2 - t)$, puis calculer t , les coordonnées de H et la distance de A à d .**8.2** Autre méthode. Retrouver H comme point d'intersection de d et de la perpendiculaire à d passant par A .