

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 10

Exercices 2 Géométrie repérée

Application : un phare, un radar, un rond-point, un robot, le cercle circonscrit et l'orthocentre d'un triangle

5 exercices · niveau ●●○ · durée conseillée : 2 h · calculatrice autorisée



R. RINGUET · 2026 – 2027

★ À RETENIR — Ce qu'il faut savoir faire à la fin de la feuille

- Modéliser une situation dans un repère orthonormé : zone circulaire, trajectoire rectiligne, point le plus proche (projeté orthogonal), distance d'un point à une droite.
- Choisir la bonne méthode : équation de cercle et complétion du carré, intersection avec une droite parallèle à un axe, tangente, théorème de Pythagore.
- Étudier une configuration : médiatrices, hauteurs, cercle circonscrit, orthocentre.

Exercice 1 La zone de couverture d'un phare

●●○

Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité 1 km, dont l'axe des abscisses est orienté vers l'est; l'origine O est l'entrée d'un port. Un phare est situé au point $P(3; 4)$; sa lumière est visible jusqu'à 5 km : la zone de couverture est le disque de centre P et de rayon 5, limité par le cercle $\mathcal{C}$ (figure 1).

1.1 Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$ et montrer qu'elle s'écrit $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Que peut-on dire de l'entrée du port ?

1.2 La digue du port est rectiligne et tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point O . Déterminer une équation cartésienne de la digue.

1.3 Un voilier suit la route rectiligne d'équation $y = 1$, d'ouest en est, à la vitesse constante de $16 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Déterminer les coordonnées des points où il entre dans la zone de couverture et où il en sort. Pendant combien de temps voit-il la lumière du phare ?

1.4 Un cargo suit la route rectiligne d d'équation $4x - 3y + 25 = 0$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point P sur la droite d , puis la distance PH . Le cargo voit-il la lumière du phare ? Que représente la droite d pour le cercle $\mathcal{C}$?

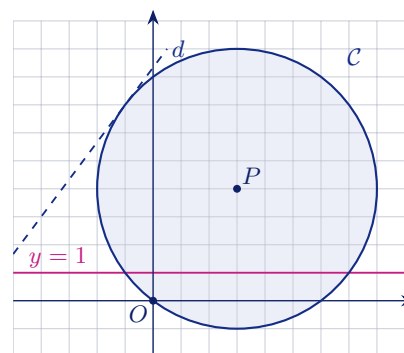


Figure 1 — Zone de couverture (carreau : 1 km)

Exercice 2 Le radar d'un aéroport

●●○

Dans un repère orthonormé d'unité 1 km, la zone surveillée par le radar d'un aéroport (vue de dessus) est le disque limité par la courbe Γ d'équation $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 95 = 0$.

2.1 Démontrer que Γ est un cercle dont on précisera le centre R (position du radar) et le rayon (portée du radar).

2.2 Un avion vole en ligne droite, à altitude constante, au-dessus de la droite d'équation $y = 5$, à la vitesse de $480 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Pendant combien de temps est-il détecté par le radar ?

2.3 Un second avion vole au-dessus de la droite (EF) , où $E(-9; 1)$ et $F(3; -8)$. Vérifier que (EF) a pour équation $3x + 4y + 23 = 0$, puis déterminer la position H de l'avion au moment où il est le plus proche du radar. L'avion est-il détecté ?

2.4 On note M et N les points d'intersection de la droite (EF) et du cercle Γ . À l'aide du triangle RHM , calculer la longueur MN de la portion de trajectoire située dans la zone surveillée. L'avion volant à $600 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, pendant combien de temps est-il détecté (arrondir à la seconde) ?

Exercice 3 Un rond-point



Dans un repère orthonormé d'unité 1 m, le bord extérieur de la chaussée d'un rond-point et le bord de son îlot central sont les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ d'équations respectives (figure 2)

$$x^2 + y^2 - 16x - 12y = 0 \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 - 16x - 12y + 84 = 0.$$

- 3.1 Démontrer que $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sont deux cercles de même centre Ω , dont on précisera les rayons. Quelle est la largeur de la chaussée ?
- 3.2 Le point O est sur le bord de la chaussée. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_1$ en O , le long de laquelle arrive une route.
- 3.3 Un lampadaire est placé au point $L(14; 14)$ et une borne au point $Q(5; 2)$. Où sont-ils situés : sur l'îlot, sur la chaussée, sur l'un des deux bords ou à l'extérieur du rond-point ?
- 3.4 Une ligne de marquage rectiligne suit la droite d'équation $x = 12$. Démontrer qu'elle touche l'îlot central en un seul point, que l'on précisera. Déterminer de même les points d'intersection de la droite d'équation $x = 14$ avec $\mathcal{C}_1$ et avec $\mathcal{C}_2$.

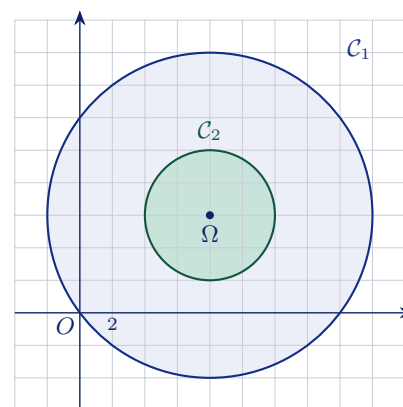


Figure 2 — Le rond-point (un carreau : 2 m)

Exercice 4 La trajectoire d'un robot



Dans un entrepôt, on utilise un repère orthonormé d'unité 1 m. Un robot de forme circulaire, de rayon 0,3 m, est repéré par son centre, qui se trouve au point $R(2; 1)$. Il doit rejoindre un rail de guidage rectiligne, porté par la droite r d'équation $x + 2y - 14 = 0$, par le chemin le plus court, puis suivre ce rail jusqu'à sa station de recharge $S(8; 3)$.

- 4.1 Vérifier que la station S est sur le rail. Déterminer les coordonnées du point H où le robot atteint le rail.
- 4.2 Calculer la longueur totale $RH + HS$ du trajet du robot et la comparer à la distance RS .
- 4.3 Un pilier cylindrique, de rayon 0,5 m, est centré (vue de dessus) au point $K(4; 3)$. Déterminer une équation de la droite (RH) et les coordonnées du projeté orthogonal P de K sur (RH) ; vérifier que P appartient au segment $[RH]$. Le robot peut-il effectuer le trajet de R à H sans heurter le pilier ?
- 4.4 Le robot se déplace à la vitesse constante de $0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la durée de son trajet de R à S , arrondie à la seconde. Quelle durée gagnerait-il s'il pouvait aller en ligne droite de R à S ?

Exercice 5 Cercle circonscrit et orthocentre



On considère les points $A(-2; -2)$, $B(6; -2)$ et $C(5; 5)$ (figure 3).

- 5.1 Déterminer une équation de la médiatrice de $[AB]$, puis de la médiatrice de $[BC]$. En déduire les coordonnées du centre Ω du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC , puis son rayon et une équation de $\mathcal{C}$.
- 5.2 Déterminer une équation de la hauteur issue de C et de la hauteur issue de A ; en déduire les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC .
- 5.3 On note D le point diamétralement opposé à C sur le cercle $\mathcal{C}$. Calculer ses coordonnées. Justifier, sans calcul, que le triangle ACD est rectangle en A , puis le vérifier par un calcul.
- 5.4 Démontrer que le quadrilatère $AHBD$ est un parallélogramme.
- 5.5 Déterminer une équation de la tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point C .

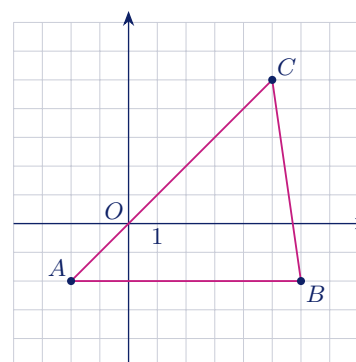


Figure 3 — Le triangle ABC