

Contrôle B Géométrie repérée

Vrai ou faux, un triangle rectangle inscrit dans un cercle, une famille de cercles, la zone interdite d'un drone

Durée : 1 h · sans calculatrice · 4 exercices indépendants · barème sur 20



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Le plan est muni d'un repère orthonormé. Tout résultat doit être justifié ; dans l'exercice 1, une réponse « vrai » ou « faux » non justifiée ne rapporte aucun point. Les résultats sont donnés sous forme exacte. La qualité de la rédaction et la rigueur des raisonnements sont prises en compte dans la notation.

Exercice 1 Vrai ou faux ?

5 pts ●●○

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse.

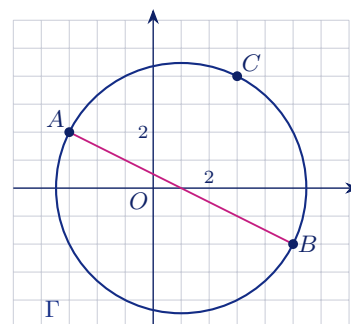
- 1.1 Le vecteur $\vec{u}(-3; -2)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $2x - 3y + 6 = 0$.
- 1.2 L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$ est un cercle.
- 1.3 Le projeté orthogonal du point $A(3; 3)$ sur la droite d'équation $x + 2y - 5 = 0$ est le point $H(1; 2)$.
- 1.4 Pour tout réel m , la droite d_m d'équation $(m + 1)x + (m - 1)y - 2 = 0$ passe par le point $K(1; -1)$.
- 1.5 Le cercle de centre $\Omega(1; 2)$ passant par l'origine du repère a pour équation $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

Exercice 2 Un triangle rectangle inscrit dans un cercle

5 pts ●●○

On considère les points $A(-3; 2)$ et $B(5; -2)$, et l'ensemble Γ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ (figure 1).

- 2.1 Démontrer qu'un point $M(x; y)$ appartient à Γ si, et seulement si, $x^2 + y^2 - 2x - 19 = 0$. En déduire que Γ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon.
- 2.2 Vérifier que le point $C(3; 4)$ appartient à Γ . En déduire, sans calcul supplémentaire, la nature du triangle ABC .
- 2.3 Déterminer une équation cartésienne de la tangente à Γ au point C .
- 2.4 Déterminer les coordonnées du point E tel que $ACBE$ soit un rectangle. Justifier que E appartient à Γ .
- 2.5 Existe-t-il des points M de l'axe des ordonnées tels que le triangle AMB soit rectangle en M ? Si oui, donner leurs coordonnées.

Figure 1 — Le cercle Γ **Exercice 3 Une famille de cercles**

5 pts ●●○

Pour tout réel m , on note Γ_m l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que

$$x^2 + y^2 - 4x + 2my + 5m = 0.$$

- 3.1 Dans cette question, $m = 0$. Démontrer que Γ_0 est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

3.2 Démontrer que, pour tout réel m , un point $M(x; y)$ appartient à Γ_m si, et seulement si,

$$(x - 2)^2 + (y + m)^2 = m^2 - 5m + 4.$$

3.3 Étudier le signe du trinôme $m^2 - 5m + 4$ selon les valeurs du réel m . En déduire, selon les valeurs de m , la nature de l'ensemble Γ_m (cercle, point ou ensemble vide), en précisant le point lorsque Γ_m est réduit à un point.

3.4 Déterminer les valeurs de m pour lesquelles Γ_m est un cercle de rayon 2. Pour la valeur non nulle obtenue, déterminer les points communs à Γ_m et à l'axe des ordonnées; interpréter le résultat.

3.5 Lorsque Γ_m est un cercle, on note Ω_m son centre. Sur quelle droite les points Ω_m se trouvent-ils?

3.6 Déterminer la valeur de m pour laquelle Γ_m est un cercle tangent à l'axe des abscisses (c'est-à-dire ayant un seul point commun avec cet axe).

3.7 Existe-t-il un point du plan qui appartient à tous les ensembles Γ_m ? (On pourra écrire l'équation de Γ_m sous la forme $x^2 + y^2 - 4x + m(2y + 5) = 0$.)

Exercice 4 La zone interdite d'un drone

5 pts ●●○

Au-dessus d'un stade, le survol par les drones est interdit. Dans un repère orthonormé d'unité 100 m, la zone interdite (vue de dessus) est le disque limité par la courbe $\mathcal{Z}$ d'équation

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 9 = 0.$$

4.1 Démontrer que $\mathcal{Z}$ est un cercle; préciser son centre Z et son rayon, en mètres.

4.2 Un premier drone vole en ligne droite au-dessus de la droite d'équation $y = 7$. Pénètre-t-il dans la zone interdite? Si oui, sur quelle distance? Même question pour un drone qui vole au-dessus de la droite d'équation $y = 9$.

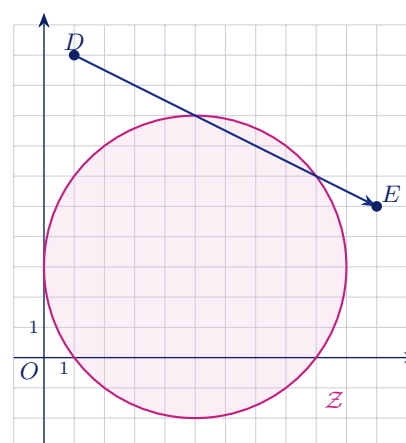


Figure 2 — La zone interdite et le trajet $[DE]$

4.3 Un second drone vole en ligne droite du point $D(1; 10)$ au point $E(11; 5)$ (figure 2). Déterminer une équation cartésienne de la droite (DE) , puis les coordonnées du projeté orthogonal H de Z sur (DE) . Vérifier que H appartient au segment $[DE]$.

4.4 Le second drone pénètre-t-il dans la zone interdite? Si oui, calculer la longueur exacte de la partie de son trajet située dans la zone, puis en donner une valeur approchée au mètre près, sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

4.5 Un troisième drone doit passer au plus près du stade sans pénétrer dans la zone interdite : il suit la tangente au cercle $\mathcal{Z}$ au point $T(8; 7)$. Vérifier que T appartient à $\mathcal{Z}$, puis déterminer une équation cartésienne de la trajectoire de ce drone.