

Contrôle A Géométrie repérée

QCM, droites dans un triangle, un cercle et ses tangentes, équation cartésienne et arrosage d'un jardin

Durée : 1 h · sans calculatrice · 4 exercices indépendants · barème sur 20

Nom : Prénom : Classe : Note : / 20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Le plan est muni d'un repère orthonormé. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification ; dans les autres exercices, tout résultat doit être justifié par un calcul ou un raisonnement, et les résultats sont donnés sous forme exacte. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1** Un vecteur normal à la droite d'équation $3x - 2y + 7 = 0$ est :
 a) $\vec{n}_1(3; 2)$ b) $\vec{n}_2(2; 3)$ c) $\vec{n}_3(-6; 4)$ d) $\vec{n}_4(2; -3)$
- 1.2** La droite passant par $A(1; -2)$ et de vecteur normal $\vec{n}(4; -1)$ a pour équation :
 a) $4x - y + 6 = 0$ b) $x + 4y + 7 = 0$ c) $4x - y - 6 = 0$ d) $4x - y - 2 = 0$
- 1.3** La droite d'équation $2x + 5y - 10 = 0$ a pour équation réduite :
 a) $y = -\frac{2}{5}x + 2$ b) $y = \frac{2}{5}x + 2$ c) $y = -2x + 10$ d) $y = -\frac{5}{2}x + 2$
- 1.4** L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ est le cercle :
 a) de centre $(-1; 3)$ et de rayon 4 b) de centre $(1; -3)$ et de rayon 4
 c) de centre $(1; -3)$ et de rayon 16 d) de centre $(1; -3)$ et de rayon $\sqrt{6}$
- 1.5** Une droite perpendiculaire à la droite d'équation $x - 3y + 1 = 0$ a pour équation :
 a) $x - 3y + 5 = 0$ b) $3x + y - 2 = 0$ c) $3x - y = 0$ d) $x + 3y = 0$

Exercice 2 Des droites dans un triangle

5 pts ●○○○

On considère les points $A(-3; -1)$, $B(5; 3)$ et $C(2; 4)$ (figure 1).

- 2.1** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$. Justifier que le vecteur $\vec{n}(1; -2)$ est normal à la droite (AB) , puis déterminer une équation cartésienne et l'équation réduite de (AB) .
- 2.2** Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$.
- 2.3** Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de C dans le triangle ABC . En déduire les coordonnées du projeté orthogonal H de C sur la droite (AB) .
- 2.4** Calculer la distance du point C à la droite (AB) , puis la longueur AB . En déduire l'aire du triangle ABC .

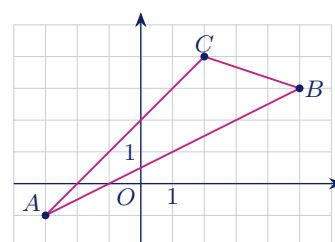


Figure 1 — Le triangle ABC

2.5 Déterminer une équation cartésienne de la droite parallèle à (AB) passant par C .

Exercice 3 Un cercle et ses tangentes

5 pts ●●○

On considère l'ensemble Γ des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0.$$

- 3.1 Démontrer que Γ est un cercle dont on précisera le centre K et le rayon. Tracer Γ sur la figure 2.
- 3.2 Vérifier que le point $A(1; 7)$ appartient à Γ , puis déterminer une équation cartésienne de la tangente à Γ en A .
- 3.3 Déterminer les points d'intersection éventuels de Γ avec chacune des droites d'équations $x = 1$, $y = -2$ et $x = 4$. Que représente la droite d'équation $y = -2$ pour le cercle Γ ?
- 3.4 On note $E(1; -1)$. Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AE]$ en traduisant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{ME} = 0$ pour un point $M(x; y)$, puis préciser son centre et son rayon.
- 3.5 On note B le point diamétralement opposé à A sur le cercle Γ . Calculer les coordonnées de B , puis déterminer une équation de la tangente à Γ en B . Que peut-on dire des tangentes à Γ en A et en B ?

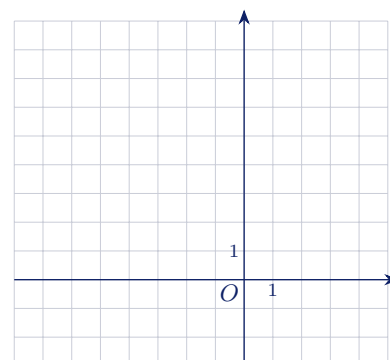


Figure 2 — Repère pour tracer Γ

Exercice 4 Équation cartésienne et arrosage d'un jardin

5 pts ●●○

Partie A — Démonstration de cours

- 4.1 Soit $A(x_A; y_A)$ un point et $\vec{n}(a; b)$ un vecteur non nul. Démontrer que la droite d passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$ admet une équation de la forme $ax + by + c = 0$, où c est un réel que l'on exprimera en fonction de a, b, x_A et y_A .

Partie B — Un arroseur automatique

Dans un jardin muni d'un repère orthonormé d'unité 1 m, un arroseur rotatif placé au point $S(2; 1)$ arrose le disque de centre S et de rayon 5 m (figure 3).

- 4.2 Un massif de fleurs est planté au point $F(6; -1)$ et un banc est installé au point $G(-1; 6)$. Sont-ils arrosés?
- 4.3 Une première allée rectiligne suit la droite d'équation $x = 5$. Déterminer les extrémités de la partie arrosée de cette allée, puis sa longueur.
- 4.4 Une seconde allée suit la droite Δ d'équation $x + 2y - 9 = 0$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de S sur Δ et la distance SH . L'allée est-elle arrosée?
- 4.5 On note M et N les extrémités de la partie arrosée de l'allée Δ . En utilisant le triangle SHM , calculer la longueur MN .

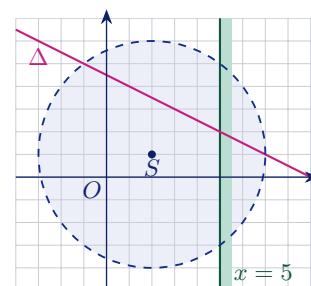


Figure 3 — Le jardin (carreau : 1 m)