

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ · MATHÉMATIQUES · CHAPITRE 5

Contrôle A Fonctions dérivées

QCM, calculs de dérivées, tangentes à une courbe, distance de freinage

Durée : 1 h · sans calculatrice · 4 exercices indépendants · barème sur 20



R. RINGUET · 2026 – 2027

Nom : Prénom : Classe : Note : /20

★ CONSIGNES

La calculatrice n'est pas autorisée. Les réponses du QCM ne demandent aucune justification ; dans les autres exercices, tout résultat doit être justifié par un calcul ou un raisonnement, et les résultats sont donnés sous forme exacte. On précisera, pour chaque dérivée, la formule du cours utilisée. La qualité de la rédaction est prise en compte dans la notation.

Exercice 1 Questionnaire à choix multiples

5 pts ●○○○

Pour chacune des cinq questions, **une seule** des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- 1.1** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 3x + 2$ a pour dérivée :
- a) $f'(x) = 4x^3 - 3$ b) $f'(x) = 4x^3 - 3x$ c) $f'(x) = x^3 - 3$ d) $f'(x) = 4x^3 - 1$
- 1.2** La fonction racine carrée est notée g . Le nombre $g'(9)$ est égal à :
- a) 3 b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{18}$
- 1.3** La fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{x^2}$ a pour dérivée :
- a) $h'(x) = -\frac{1}{x^4}$ b) $h'(x) = \frac{2}{x^3}$ c) $h'(x) = \frac{1}{2x}$ d) $h'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- 1.4** La fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = (x^2 + 1)(x - 2)$ a pour dérivée :
- a) $k'(x) = 3x^2 - 4x - 1$ b) $k'(x) = 2x$
 c) $k'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ d) $k'(x) = 3x^2 + 1$
- 1.5** La fonction valeur absolue $x \mapsto |x|$:
- a) est dérivable sur $]0; +\infty[$, de dérivée $x \mapsto 1$ b) est dérivable sur $\mathbb{R}$
 c) est dérivable en 0 et son nombre dérivé en 0 est nul d) a pour courbe représentative une parabole

Exercice 2 Calculs de dérivées

5 pts ●○○○

- 2.1** Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes, définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.
- a) $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + 4$ b) $h(x) = (x^2 - 3)(2x + 5)$
- 2.2** Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes, sur $]0; +\infty[$. Écrire $k'(x)$ sous la forme d'un seul quotient.
- a) $g(x) = \frac{3}{x} - 4\sqrt{x}$ b) $k(x) = (x + 4)\sqrt{x}$

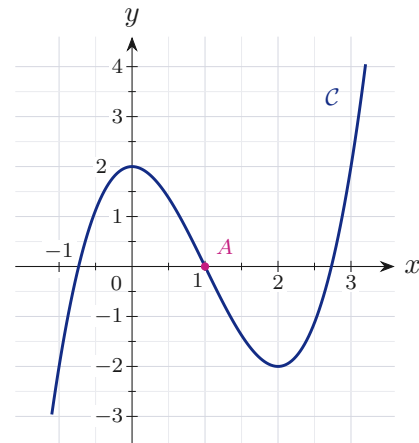
- 2.3** On considère la fonction m définie par $m(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$. Justifier que $x^2 + x + 1 \neq 0$ pour tout réel x , puis calculer $m'(x)$.
- 2.4** Montrer que la fonction p définie sur $]3; +\infty[$ par $p(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ a pour dérivée $p'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2}$.

Exercice 3 Tangentes à une courbe

5 pts ●●○

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, dont la courbe $\mathcal{C}$ est tracée ci-contre. On note d la droite d'équation $y = 9x$.

- 3.1** Calculer $f'(x)$.
- 3.2** Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1.
- 3.3** Déterminer les coordonnées des points de $\mathcal{C}$ en lesquels la tangente est horizontale. Contrôler sur la figure.
- 3.4** Déterminer les abscisses des points de $\mathcal{C}$ en lesquels la tangente est parallèle à d , puis une équation de la tangente en celui de ces points qui a une abscisse positive.
- 3.5** Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) - (-3x + 3) = (x - 1)^3$. En déduire la position de $\mathcal{C}$ par rapport à T . Que remarque-t-on au point A ?

Figure 1 — La courbe $\mathcal{C}$

Exercice 4 Distance de freinage

5 pts ●●○

Un automobiliste freine en urgence. On admet que la distance, en mètres, parcourue par la voiture t secondes après le début du freinage est $d(t) = 20t - 2t^2$, jusqu'à l'arrêt complet. La vitesse instantanée de la voiture à l'instant t , en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, est $v(t) = d'(t)$. La figure 2 représente la fonction d et sa tangente Δ au point d'abscisse 1.

- 4.1** Calculer $d(1)$. En déduire la vitesse moyenne de la voiture pendant la première seconde de freinage.
- 4.2** Exprimer $v(t)$ en fonction de t . Quelle était la vitesse de la voiture au début du freinage, en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$?
- 4.3** Calculer $v(1)$ et interpréter ce nombre à l'aide de la droite Δ .

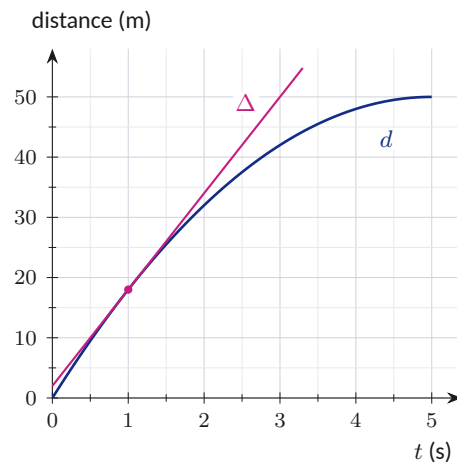


Figure 2 — Distance parcourue

- 4.4** Au bout de combien de temps la voiture s'arrête-t-elle ? Quelle est la distance de freinage ?
- 4.5** À quel instant la vitesse de la voiture a-t-elle diminué de moitié ? Quelle distance a-t-elle alors parcourue ? Quelle fraction de la distance de freinage cela représente-t-il ?
- 4.6** Calculer la vitesse moyenne de la voiture entre les instants $t = 1$ et $t = 3$, et la comparer à $v(2)$. Démontrer que, pour tout $t \in [1; 4]$, $\frac{d(t+1) - d(t-1)}{2} = v(t)$.